

CALCULUL ȘI CONSTRUCȚIA ARBORELUI COTIT

1. ROLUL FUNCȚIONAL

Arborele cotit (fig.12.1) este antrenat într-o mișcare de rotație de către forțele longitudinale ale bielor și transmite spre utilizare momentul motor dezvoltat de forța de presiune a gazelor. La motoarele policilindrice, arborele cotit însumează lucrurile mecanice produse în fiecare cilindru și transmite momentul rezultat utilizatorului de energie (mașini antrenate). Totodată, arborele cotit antrenează în mișcare unele agregate și sisteme auxiliare ale motorului.

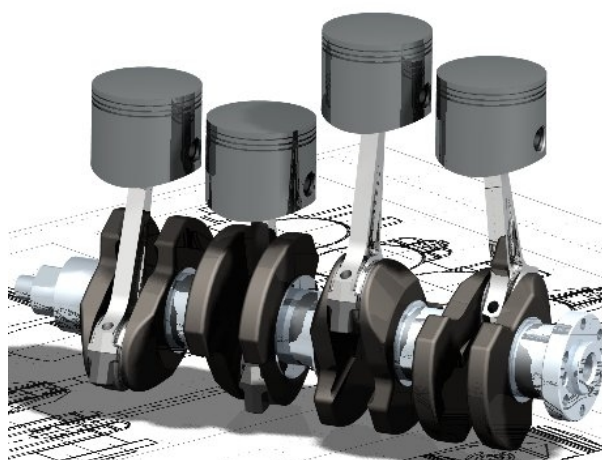


Fig.12.1

2. CONSTRUCȚIA ARBORELUI COTIT

Arborele cotit este alcătuit dintr-un număr de **coturi** egal cu numărul cilindrilor – la motoarele în linie – sau cu jumătatea numărului de cilindri – la motoarele în V. La rândul său, fiecare cot este format din două **brațe** și un **fus maneton** care se articulează cu capul bielei (fig.12.2 și 12.3). În unele cazuri (în special la motoarele rapide și semirapide), pentru echilibrare, pe brațe, în partea opusă manetoanelor, se montează **contragreutăți**. Legătura dintre coturi este realizată prin intermediul unor fusuri de reazem, numite **fusuri palier**. Considerând și fusurile palier de la extremitățile arborelui cotit, rezultă că, în mod obișnuit, un arbore are $(i+1)$ fusuri palier la motoarele în linie și $(i/2+1)$ fusuri palier la cele în V. La motoarele de puteri foarte mici, fusurile palier intermediare pot lipsi, legătura dintre coturi realizându-se prin intermediul unui braț comun, oblic (fig.12.4).

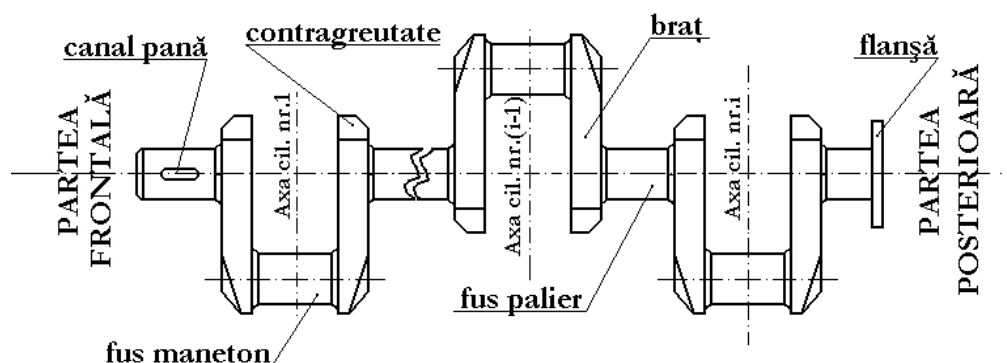


Fig.12.2

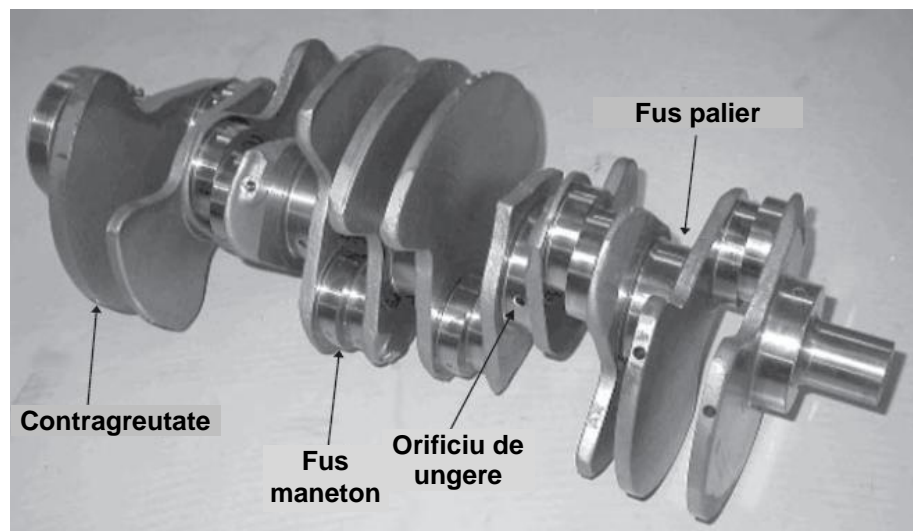


Fig.12.3

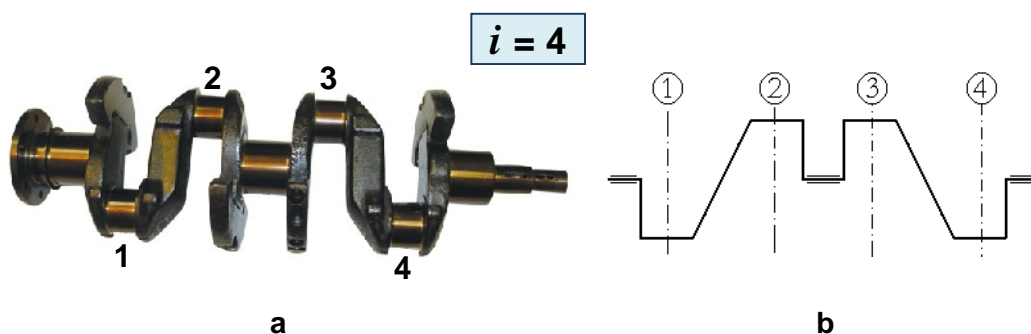


Fig.12.4

Partea arborelui cotit care transmite spre utilizare momentul motor (este cuplată cu consumatorul) se numește **partea posterioară**, iar, în opoziție cu ea, cealaltă extremitate se numește **partea frontală**. La partea posterioară se prelucrează o flanșă de care se prinde **volantul** cu coroana dinată. Această piesă (fig.12.5) asigură o uniformizare a vitezei unghiulare a arborelui cotit.

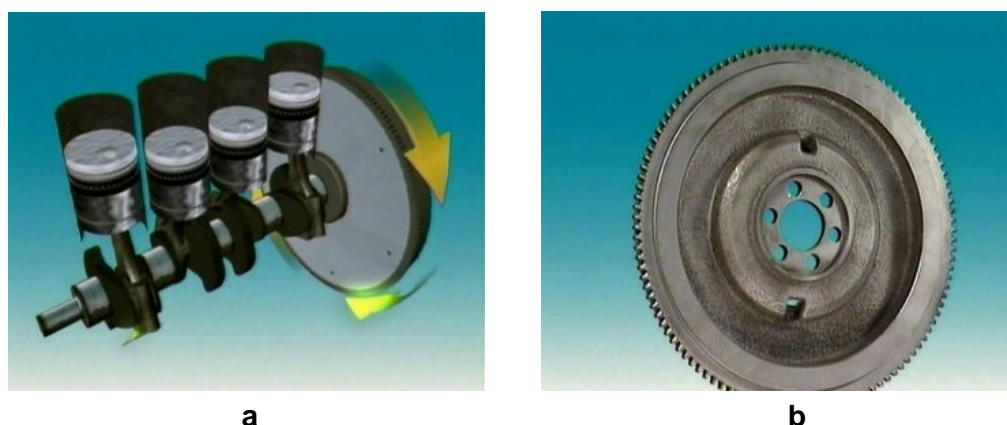


Fig.12.5

Datorită mișcării alternative a pistoanelor și a variației în limite largi a presiunii fluidului motor, rezultă variații importante ale momentului motor și, implicit, ale vitezei unghiulare de rotație. Pentru ca aceste variații să nu devină supărătoare, se montează volantul care are o masă (implicit moment de inerție) ridicată. Drept urmare, el joacă rolul de acumulator de energie, înmagazinând,

în condiții de variație limitată a vitezei de rotație, excedentul de energie mecanică produsă de motor. Atunci când, în aceleași condiții, motorul devine deficitar, în raport cu consumatorul, sub aspectul energiei mecanice reclamate de acesta, volantul cedează energia înmagazinată.

Coroana din ată a volantului este utilizată pentru virarea și, eventual, lansarea motorului. Tot pe circumferința volantului sunt marcate gradele unghiulare ce corespund cu poziția manivelei nr.1. Aceste marcaje servesc la reglarea distribuției și a injectiei (aprinderii, la m.a.s.-uri).

La partea anterioară a arborelui cotit, se montează, prin pană, o roată din ată pentru antrenarea agregatelor și mecanismelor auxiliare.

Pentru a obține o funcționare cât mai uniformă a motorului, este necesar ca intervalele de timp care separă funcționarea succesivă a cilindrilor să fie egale și, în consecință, decalajele unghiulare dintre coturile arborelui cotit să fie egale. Motoarele la care este asigurată această condiție poartă denumirea de **motoare cu aprinderi uniform repartizate**. Această soluție atrage după sine și alte avantaje privind echilibrul de ansamblu al motorului și, în consecință, marea majoritate a motoarelor în linie se construiesc cu aprinderi uniform repartizate.

Pentru a stabili poziția unghiulară relativă a coturilor, se construiește **steaua manivelor**. Aceasta reprezintă configurația geometrică obținută prin proiectarea planurilor coturilor pe un plan normal la axa arborelui cotit (fig.12.6).

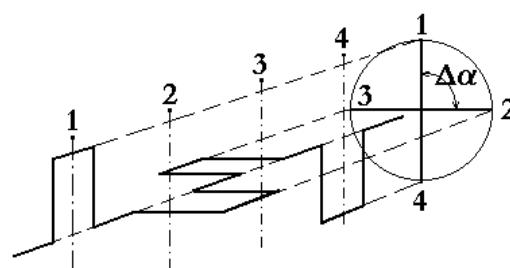


Fig.12.6

La motoarele cu simplă acțiune, **decalajul unghiular** $\Delta\alpha$ dintre două aprinderi succesive (dintre coturile arborelui cotit) rezultă prin împărțirea perioadei ciclului motor

$$\theta_{ciclu} = 180 \cdot \tau \text{ [}^\circ\text{RAC]} \quad (12.1)$$

la numărul i de cilindri ai motorului:

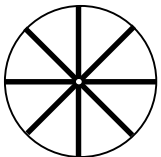
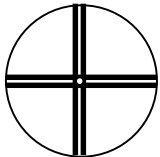
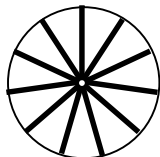
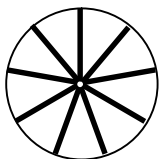
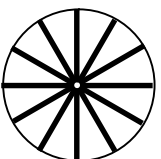
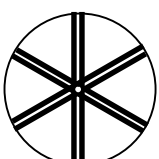
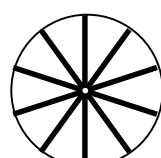
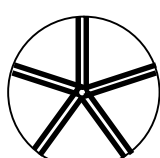
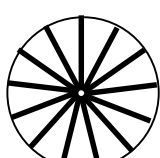
$$\Delta\alpha = \frac{\theta_{ciclu}}{i} = \frac{180 \cdot \tau}{i} \text{ [}^\circ\text{RAC]}. \quad (12.2)$$

Rezultă, aadar, faptul că motoarele în 4 și, respectiv, 2 timpi vor avea configurații diferite ale stelelor manivelor. Acest lucru este valabil doar pentru motoarele cu număr par de cilindri (cu excepția motorului cu 2 cilindri), la cele cu număr impar de cilindri configurațiile fiind identice. În tabelul 12.1 sunt prezentate stelele manivelor pentru cele mai uzuale tipuri de motoare în linie.

Tabelul 12.1

Numărul de cilindri	Numărul de timpi		Numărul de cilindri	Numărul de timpi	
	=2	=4		=2	=4
$i=2$			$i=5$		
$i=3$			$i=6$		
$i=4$			$i=7$		

Tabelul 12.1 (continuare)

Num rul de cilindri	Num rul de timpi		Num rul de cilindri	Num rul de timpi	
	=2	=4		=2	=4
$i=8$			$i=11$		
$i=9$			$i=12$		
$i=10$			$i=13$		

Se poate remarca faptul că, la toate motoarele cu număr impar de cilindri și la motoarele în 2 timpi cu număr par de cilindri, manivelele arborelui cotit sunt uniform distribuite în jurul axei de rotație. În schimb, la motoarele în 4 timpi, cu număr par de cilindri, manivelele sunt două câte două în „fază” (ocupă aceeași poziție).

În funcție de numărul de timpi τ și de numărul de cilindri i , se definesc mai multe **reguli de construire a stelei manivelelor**, precizate de cerințele de echilibrare a motorului cu aprinderi uniform repartizate și cilindri în linie:

- a) la motoarele în 4 timpi și număr par de cilindri, manivelele sunt două câte două în fază. O mai bună echilibrare se obține prin utilizarea **arborilor cotiți cu plan central de simetrie (arborii simetrici)**. La acești arbori, manivelele în fază sunt dispuse la egală distanță de mijlocul arborelui cotit (fig.12.7 și 12.8). Acești arbori pot fi considerați ca fiind alcătuiți din două jumătăți identice, fiecare dintre acestea constituind imaginea în oglindă a celeilalte;

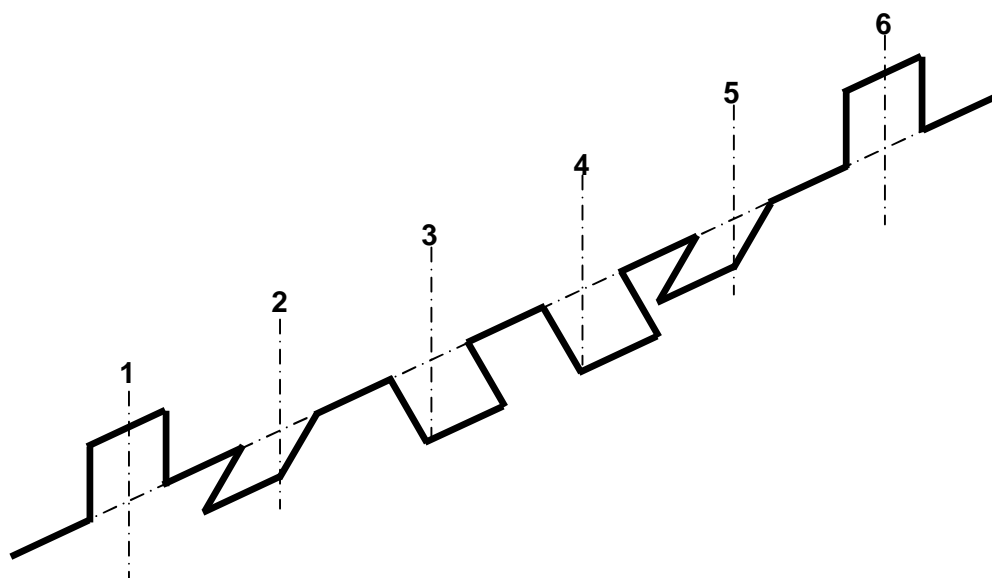


Fig.12.7

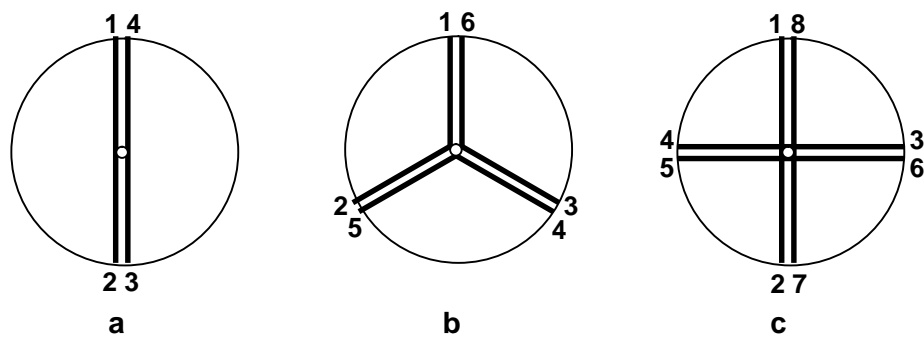


Fig.12.8

b) la motoarele în doi timpi cu număr par de cilindri, manivelele sunt uniform distribuite în jurul axei de rotație a arborelui cotit. La acești arbori, poate fi realizată o simetrie a arborelui prin dispunerea manivelor în opoziție la egală distanță de mijlocul arborelui. La aceste motoare se utilizează, astfel, **arborii semisimetrice** (fig.12.9 și 12.10). Arborii semisimetrice pot fi considerați ca fiind alcătuiți din două jumătăți identice, fiecare dintre acestea constituind imaginea în oglindă a celeilalte, rotită cu 180° ;

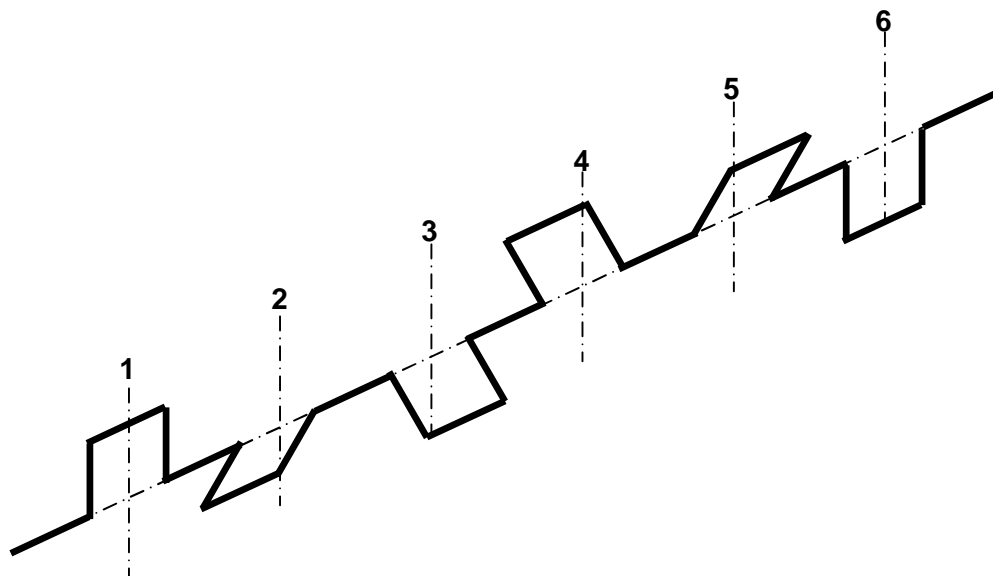


Fig.12.9

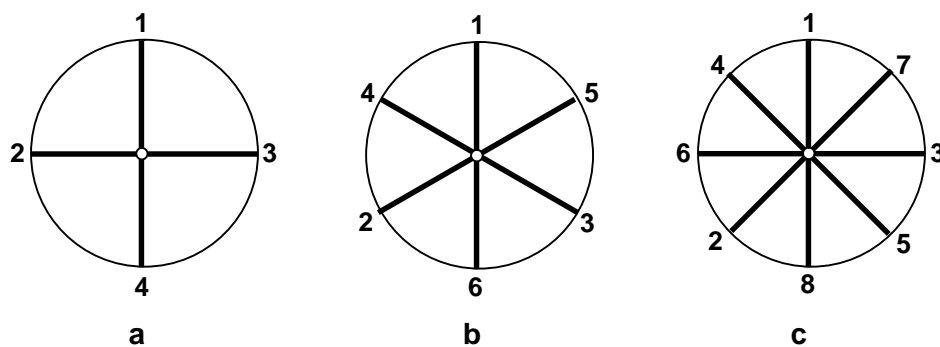


Fig.12.10

- c) la motoarele cu număr impar de cilindri (în 4 sau 2 timpi), manivelele sunt uniform distribuite în jurul axei de rotație a arborelui cotit. În acest caz poate fi realizată o simetrie a arborelui prin dispunerea simetrică a manivelor situate la egală distanță față de manivela mediană (fig.12.11 și 12.12).

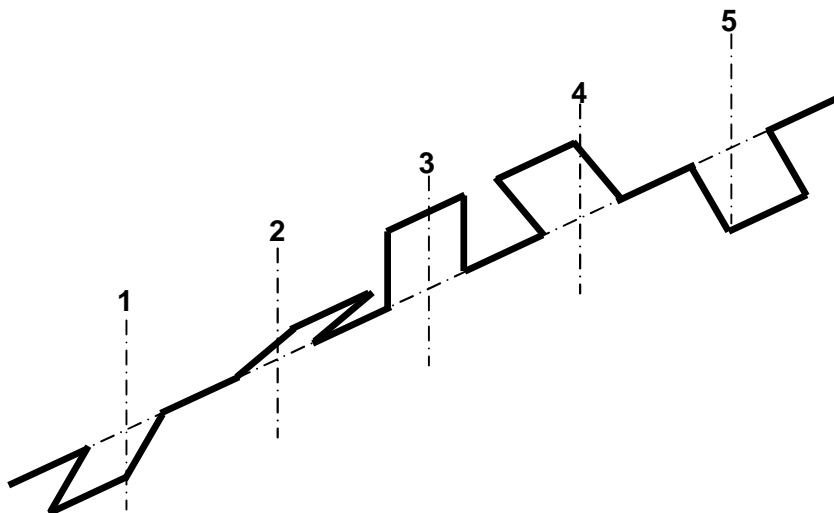


Fig.12.11

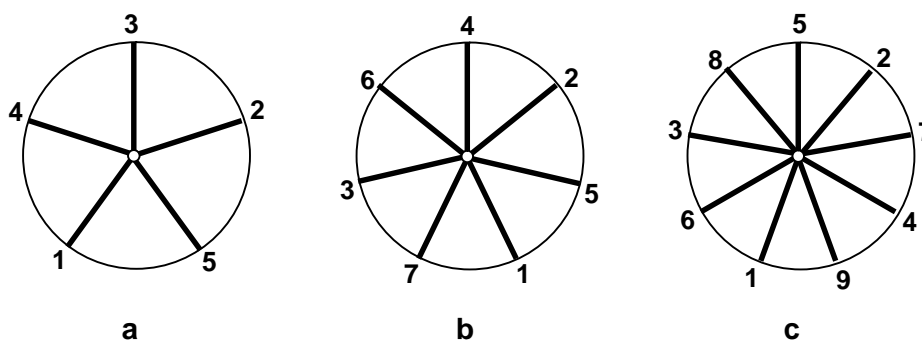


Fig.12.12

În cazul motoarelor în V, există două soluții posibile:

- dacă i este divizibil cu 4, se utilizează un arbore cotit cu plan central de simetrie al unui motor în linie, în patru timpi cu $i/2$ cilindri;
- dacă i nu este divizibil cu 4, se utilizează arborele cotit al unui motor în linie, în doi timpi cu $i/2$ cilindri (eventual semisimetric).

Configurația stelei manivelor determină și ordinea de aprindere a motorului. Astfel, pentru motoarele în 2 timpi cu număr par de cilindri (motoarele cu arbori semisimetrici), pentru un sens de rotație al arborelui cotit, există o singură ordine de aprindere. Spre exemplificare, pentru arborii cotiți din figura 12.10, considerând sensul de rotație invers trigonometric, ordinele de aprindere sunt:

- 1-2-4-3-1 (fig.12.10.a);
- 1-4-2-6-3-5-1 (fig.12.10.b);
- 1-4-6-2-8-5-3-7-1 (fig.12.10.c).

În cazul motoarelor cu număr impar de cilindri, configurația stelei manivelor – pentru un anumit sens de rotație – determină ordine de aprindere diferite pentru motoarele în 2 sau 4 timpi. De exemplu, considerând sensul de rotație invers trigonometric, arborii cotiți din figura 12.12 determină următoarele ordine de aprindere:

- 1-5-2-4-1 la motoarele în 2 timpi și 1-2-4-5-3-1 la motoarele în 4 timpi (fig.12.12.a);

- b) 1-5-2-4-6-3-7-1 la motoarele în 2 timpi i 1-2-6-7-5-4-3-1 la motoarele în 4 timpi (fig.12.12.b);
 c) 1-9-4-7-2-5-8-3-6-1 la motoarele în 2 timpi i 1-4-2-8-6-9-7-5-3-1 la motoarele în 4 timpi (fig.12.12.c).

În sfârșit, la motoarele în 4 timpi cu număr par de cilindri (la arborii simetrici), pentru o anumită configurație a arborelui cotit există mai multe ordini de aprindere posibile. Spre exemplificare, în cazul arborelui cotit simetric din figura 12.8.b, pentru sensul de rotație invers trigonometric, sunt posibile următoarele ordini de aprindere:

- a) 1-2-3-6-5-4-1;
 b) 1-2-4-6-5-3-1;
 c) 1-5-3-6-2-4-1;
 d) 1-5-4-6-2-3-1.

Există mai multe **criterii de triere a ordinilor de aprindere**, și anume:

- a) încărcarea minimă a lagărelor arborelui cotit;
 b) reducerea pericolului de rezonanță la vibrațiile torsionale;
 c) sporirea gradului de umplere a cilindrului;
 d) reducerea trepidărilor motorului sub acțiunea momentului de răsturnare.

Cel mai important criteriu este cel de asigurare a încărcării minime a lagărelor arborelui cotit. În acest scop, este necesar evitarea aprinderilor succesive între cilindrii alinurati. Astfel, pentru arborele simetric din figura 12.8.b, este preferabil cea de-a treia ordine de aprindere: 1-5-3-6-2-4-1. Totuși sunt situații în care, luându-se în considerare și celelalte criterii, se renunță la acest criteriu fundamental.

Brațele arborelui cotit se pot confecționa în formă paralelipipedică (fig.12.13.a), dar rezultă o masă sporită a lor. Utilizând aceeași formă, pot fi însă eliminate muchiile care nu participă la transmiterea eforturilor (fig.12.13.b și c). Când se micșorează grosimea h a brațelor, pentru a reduce lungimea arborelui, din considerente de rezistență, este necesară creșterea lărimii b . Se ajunge astfel la forma eliptică (fig.12.13.d) sau, chiar, circulară (fig.12.13.e), forme care au o acțiune favorabilă asupra rezistenței la oboseală.

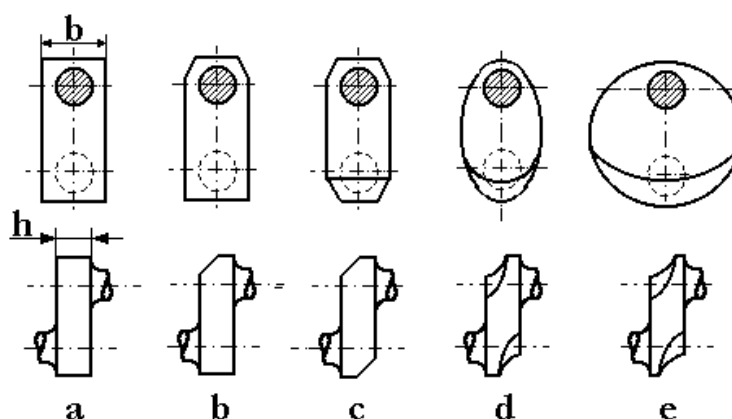


Fig.12.13

Racordarea fusurilor cu brațul se face prin intermediul unui prag (fig.12.14.a), cu raze de racordare mari (fig.12.14.b) sau cu racordare cu degajări (fig.12.14.c).

Pentru a reduce greutatea arborelui și a forțelor centrifuge dezvoltate, fusurile pot fi găurite. Aceasta duce la mărirea rezistenței la oboseală, cele mai eficiente fiind fusurile cu găuri în formă de butoi.

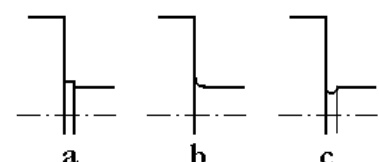


Fig.12.14

Ungerea arborelui cotit se realizează cu ulei sub presiune.

Lagărele sunt alimentate cu ulei cu ajutorul unor canale practicate în arbore. În cazul fusurilor găurite, se utilizează conducte de conducere a uleiului (fig.12.15.a). Atunci când se utilizează canale obișnuite, este necesară etanșarea fusurilor cu capace în urubate (fig.12.15.b) sau cu capace fixate cu tiranți (fig.12.15.c).

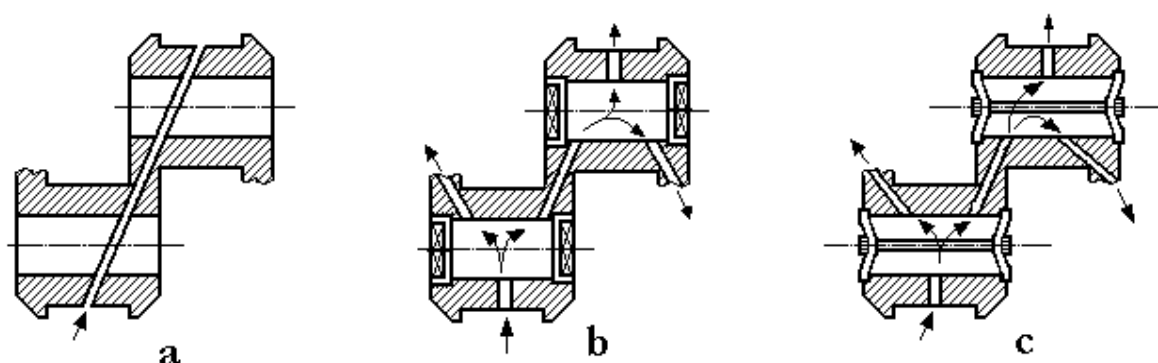


Fig.12.15

Contragreută ile care pot fi montate pe bra ele arborelui cotit mic orează for ele de iner ie ale maselor cu mi care de rota ie, însă agravează vibra iile de răsucire ale arborelui. De aceea, în mod obi nuit, contragreută ile echilibrează doar 40...50% din for ele de iner ie de rota ie.

3. SOLICITĂRILE I DIMENSIUNILE ARBORELUI COTIT

Dintre toate piesele motorului, arborele cotit suportă cele mai mari i mai variate solicitări. Sub ac iunea for elor de presiune a gazelor i a celor de iner ie, în elementele arborelui cotit apar solicitări de **întindere**, **compresiune**, **încovoiere** i **răsucire**. Astfel, fusurile palier sunt solicitate la r sucire (fig.12.16.a), în timp ce fusurile maneton sunt solicitate atât la r sucire (fig.12.16.b), cât i la încovoiere. Cea de-a doua solicitare se manifest atât în plan transversal (fig.12.16.c), cât i în planul cotului (fig.12.16.d).

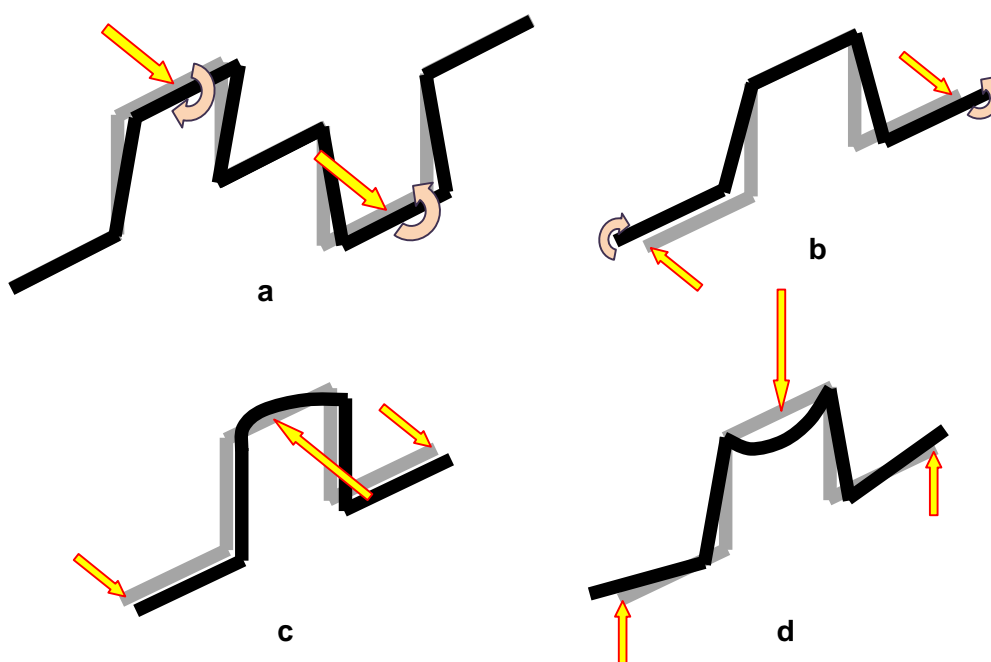


Fig.12.16

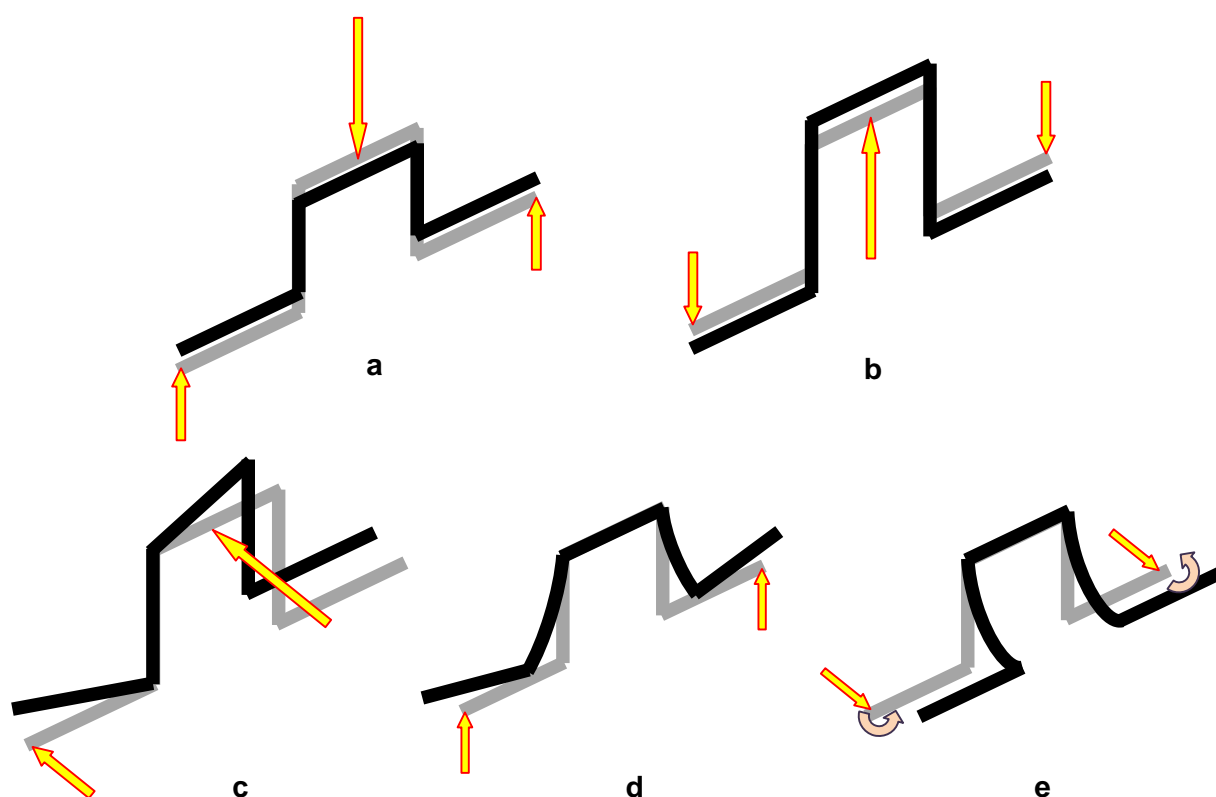


Fig.12.17

În ceea ce privește brațele arborelui cotit, acestea sunt solicitate la comprimare (fig.12.17.a) sau întindere (fig.12.17.b), la răsucire (fig.12.17.c) și la încovoierile produse în planul cotului (fig.12.17.d) și, respectiv, în planul brațului (fig.12.17.e).

Solicitățile de încovoiere și răsucire compromit coaxialitatea fusurilor, ducând la uzura rapidă a lagărelor și la pericolul ruperii cotului. For ele variabile care acționează asupra arborelui cotit produc fenomenul de **oboseală**, periculos îndeosebi la trecerea de la braț la fus. Solicitarea la **vibrații torsionale** este, de asemenea, periculoasă, putând produce uzuri suplimentare ale fusurilor și cuzinelor și chiar ruperea arborelui cotit. Aceste vibrații produc defecțiuni și în funcționarea unor sisteme auxiliare (transmisia, distribuția etc.).

Fusurile arborelui cotit sunt supuse frecării și uzurii. Ele trebuie să aibă o duritate ridicată și să reziste la uzura abrazivă. Durata de serviciu a arborilor cotiti trebuie să fie comparabilă cu cea a pistoanelor. Nivelul ridicat al solicitărilor arborelui cotit impune confecționarea sa cu o rezistență mecanică superioară, care se obține prin utilizarea unui material de calitate și, mai ales, prin sporirea rigidității construcției. De asemenea, arborele cotit trebuie să aibă o masă redusă, o tehnologie cât mai simplă și o siguranță mare în funcționare.

Prin alegerea adecvată a formei arborelui cotit, se micșorează sensibil eforturile unitare reale σ din cotul arborelui. Între efortul unitar σ^* , determinat strict pe baza ariei secțiunilor de calcul și efortul unitar real σ , se stabilește dependența

$$\sigma = c_F \cdot \sigma^* , \quad (12.3)$$

unde c_F este un factor de formă care se stabilește cu relația

$$c_F = 1,3 \cdot c_p \cdot c_h \cdot c_s \cdot c_b . \quad (12.4)$$

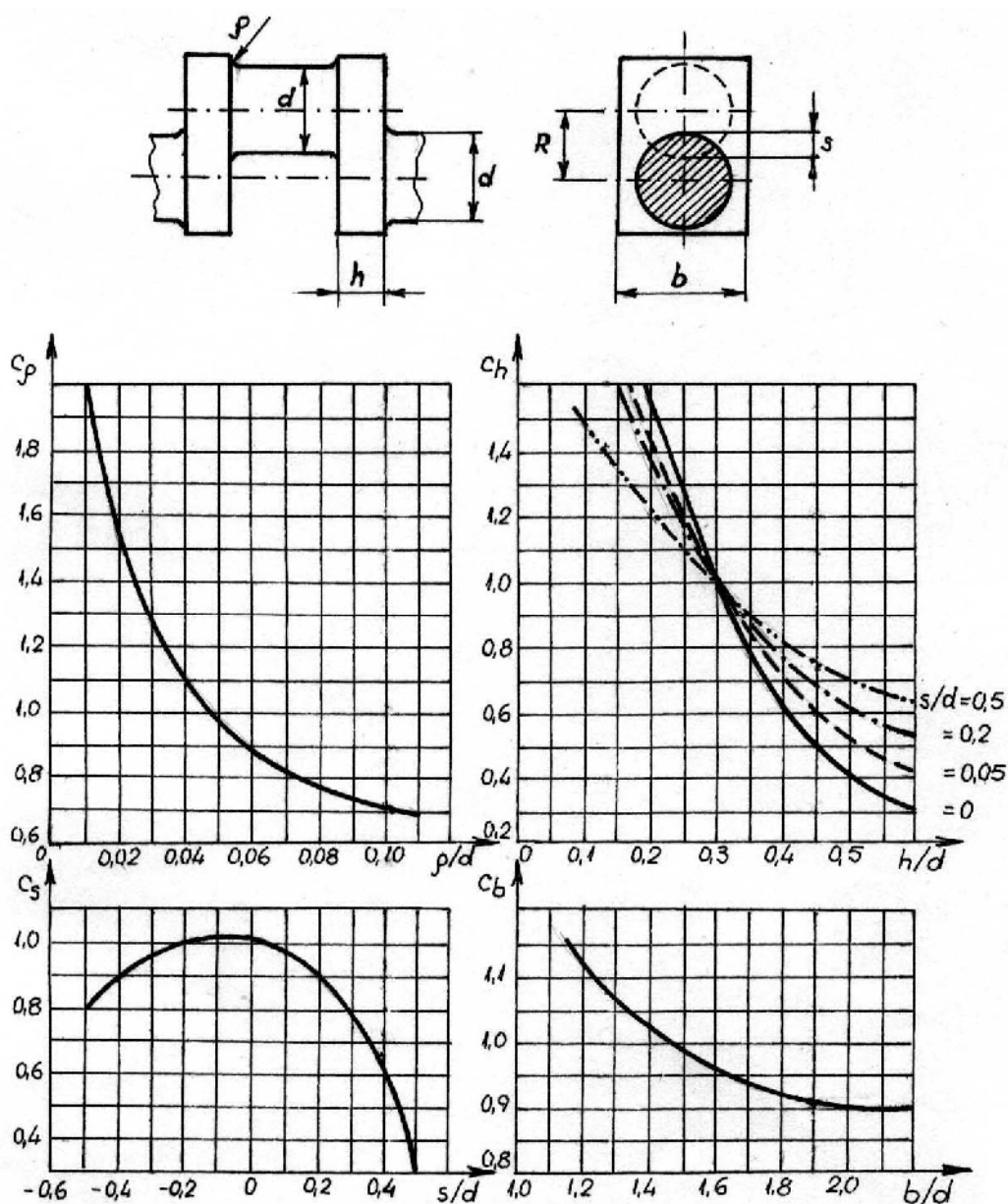


Fig.12.18

Coeficienii c_p , c_h , c_s și c_b se determină în funcție de mărimile adimensionale care caracterizează forma elementelor unui cot (fig.12.18). Se remarcă faptul că există două modalități de a evalua influența formei, atunci când se compară eforturile unitare din cotul arborelui:

- se amplifică rezistența la rupere și se compară eforturile calculate cu noua valoare;
- se reduc eforturile calculate prin intermediul coeficienților de corecție și se compară cu rezistența la rupere a epruvetei.

În continuare, va fi utilizată cea de-a doua metodă, fiind disponibile mai multe date privind coeficienții de corecție și coeficienții de siguranță.

Arborele cotit se dimensionează pe baza datelor constructive, principalele relații de dimensionare fiind prezentate în tabelul 12.2, cu notațiile din figura 12.19.

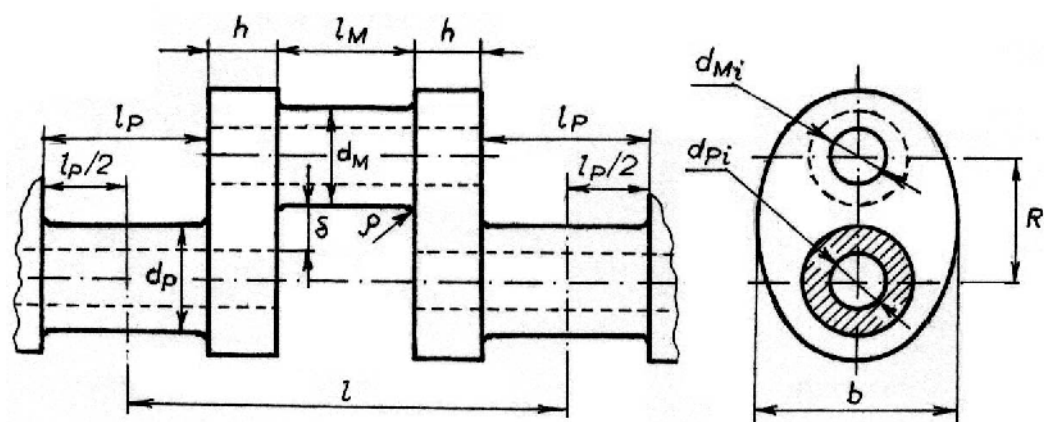


Fig.12.19

Tabelul 12.2

Dimensiunea	Simbol	m.a.s.-uri		m.a.c.-uri	
		în linie	în V	în linie	în V
Lungimea cotului (deschiderea dintre reazeme)	l	$(1,1 \dots 1,25) \cdot D$	$(1 \dots 1,25) \cdot D$	$(1,1 \dots 1,8) \cdot D$	$(1,2 \dots 1,8) \cdot D$
Diametrul fusului palier	d_P	$(0,6 \dots 0,7) \cdot D$		$(0,7 \dots 0,8) \cdot D$	$(0,7 \dots 0,75) \cdot D$
Lungimea fusului palier: - paliere intermediare - paliere extreme	l_P	$(0,5 \dots 0,6) \cdot d_P$ $(0,74 \dots 0,84) \cdot d_P$	$(0,4 \dots 0,6) \cdot d_P$ $(0,7 \dots 0,88) \cdot d_P$	$(0,45 \dots 0,7) \cdot d_P$ $(0,7 \dots 0,85) \cdot d_P$	$(0,4 \dots 0,7) \cdot d_P$ $(0,65 \dots 0,86) \cdot d_P$
Diametrul interior al fusului palier	d_{Pi}	$(0,6 \dots 0,8) \cdot d_P$		$(0,4 \dots 0,75) \cdot d_P$	
Diametrul fusului maneton	d_M	$(0,55 \dots 0,68) \cdot D$	$(0,55 \dots 0,65) \cdot D$	$(0,56 \dots 0,72) \cdot D$	$(0,6 \dots 0,72) \cdot D$
Lungimea fusului maneton	l_M	$(0,45 \dots 0,62) \cdot d_M$	$(0,8 \dots 1) \cdot d_M$	$(0,5 \dots 0,6) \cdot d_M$	$(0,55 \dots 0,65) \cdot d_M$
Diametrul interior al fusului maneton	d_{Mi}	$(0,6 \dots 0,8) \cdot d_M$		$(0,4 \dots 0,75) \cdot d_M$	
Grosimea bra ului	h	$(0,15 \dots 0,35) \cdot d_M$		$(0,2 \dots 0,35) \cdot d_M$	
Lăimea bra ului	b	$(1,7 \dots 1,9) \cdot d_M$		$(1,5 \dots 2) \cdot d_M$	
Raza de racordare (nu mai mică de 1,5...3mm)	ρ	$(0,06 \dots 0,1) \cdot d_M$	$(0,06 \dots 0,08) \cdot d_M$	$(0,07 \dots 0,1) \cdot d_M$	$(0,07 \dots 0,09) \cdot d_M$

4. CALCULUL ARBORELUI COTIT

Calculul arborelui cotit are un caracter de verificare. Fusurile fiind supuse frecării și uzării, se verifică la presiune specifică și la încălzire; cotul este supus la încovoiere și la torsiune, iar verificarea la vibrații torsionale urmărește determinarea turațiilor critice și a eforturilor unitare care apar la rezonanță.

4.1. Verificarea fusurilor la presiune specifică și la încălzire

Pentru a preveni expulzarea peliculei de ulei dintre fusuri și cuzineți, presiunea maximă pe fus nu trebuie să depășească:

- a) 40...80 daN/cm², la fusurile maneton ale m.a.s.-urilor;
- b) 70...150 daN/cm², la fusurile maneton ale m.a.c.-urilor;
- c) 20...75 daN/cm², la fusurile palier ale m.a.s.-urilor;
- d) 45...150 daN/cm², la fusurile palier ale m.a.c.-urilor.

În cazul motoarelor diesel navale, de mari dimensiuni și puteri, valoarea maxim admisibilă poate ajunge la 250 daN/cm², pentru ambele categorii de fusuri.

Această presiune se calculează cu ajutorul relațiilor:

- pentru fusul maneton:

$$p_{M \max} = \frac{R_{M \max}}{d_M \cdot l_M} \text{ [daN/cm}^2\text{];} \quad (12.5)$$

- pentru fusul palier:

$$p_{P \max} = \frac{R_{P \max}}{d_P \cdot l_P} \text{ [daN/cm}^2\text{],} \quad (12.6)$$

relațiile în care $R_{M \max}$ și $R_{P \max}$ reprezintă forțele rezultante maxime care acționează asupra fusului maneton și, respectiv, asupra fusului palier. Cele două valori se determină din diagramele polare sau carteziane ale forțelor care acționează în lagărul considerat.

Datorită căldurii produse prin frecare, se poate produce arderea sau reducerea viscozității uleiului de ungere. De aceea, trebuie limitată și presiunea specifică medie la:

- a) 30...75 daN/cm², la fusurile maneton ale m.a.s.-urilor;
- b) 30...100 daN/cm², la fusurile maneton ale m.a.c.-urilor;
- c) 20...35 daN/cm², la fusurile palier ale m.a.s.-urilor;
- d) 20...75 daN/cm², la fusurile palier ale m.a.c.-urilor.

Această presiune se determină în funcție de valorile medii ale forțelor rezultante care acționează asupra fusurilor $\overline{R_M}$ și $\overline{R_P}$, utilizându-se relațiile:

- pentru fusul maneton:

$$\overline{p_M} = \frac{\overline{R_M}}{d_M \cdot l_M} \text{ [daN/cm}^2\text{];} \quad (12.7)$$

- pentru fusul palier:

$$\overline{p_P} = \frac{\overline{R_P}}{d_P \cdot l_P} \text{ [daN/cm}^2\text{].} \quad (12.8)$$

Verificarea fusului la încălzire se efectuează inițial pe baza unui calcul simplificat. Dacă F_f [daN/cm²] este forța de frecare dintre cuzinet și fus, raportată la unitatea de suprafață, \overline{p} – presiunea specifică medie (definită de relațiile 12.7 sau 12.8), f – coeficientul frecării de alunecare și w [m/s] – viteză relativă dintre fus și cuzinet (viteza periferică a fusului), atunci, evident, produsul $F_f \cdot W$ [daN·m/cm²·s] reprezintă lucrul mecanic dezvoltat prin frecare într-o secundă, pe unitatea de suprafață a fusului. Prin urmare:

$$F_f \cdot W = f \cdot \overline{p} \cdot W, \quad (12.9)$$

produsul $(\overline{p} \cdot W)$ reprezentând **coeficientul de uzură**, parametru ce a constituit în trecut criteriul de bază al verificării la încălzire a fusului. El presupune că f este independent de viteză. Această simplificare este depășită, o dependență mai realistă fiind

$$f \sim (W / \overline{p})^{0.5}, \quad (12.10)$$

ceea ce conduce la relația

$$F_f W = ct \cdot p^{-0,5} W^{1,5} = ct \cdot \sqrt{p} W^3. \quad (12.11)$$

Se admite drept coeficient de uzură sau încălzire a lagărului factorul ($\sqrt{p} W^3$), definit de relațiile:

- pentru fusul maneton:

$$K_M = \sqrt{\bar{p}_M \cdot W_M^3} = \sqrt{\bar{p}_M \cdot \left(\xi \cdot \frac{\pi d_M n}{60} \right)^3}; \quad (12.12)$$

- pentru fusul palier:

$$K_P = \sqrt{\bar{p}_P \cdot W_P^3} = \sqrt{\bar{p}_P \cdot \left(\frac{\pi d_P n}{60} \right)^3}, \quad (12.13)$$

relații în care \bar{p} se introduce în daN/cm² și d în m.

În relația (12.12), ξ reprezintă un coeficient de corecție care ia în considerare oscilația bieii, datorită căreia viteza periferică se amplifică. Coeficientul ξ depinde de raportul λ_d , valorile sale fiind indicate în nomograma din figura 12.20.

Valorile admisibile ale coeficientului de uzură sunt situate în domeniul:

- $K_{Ma} = K_{Pa} = 30 \dots 150$, pentru motoarele lente;
- $K_{Ma} = K_{Pa} = 150 \dots 250$, pentru motoarele rapide.

Verificarea la încălzire pe această cale are un caracter elementar, deoarece nu ia în considerare o serie de factori caracteristici regimului hidrodinamic de ungere. Informații mai sigure și mai precise se obțin prin calculul de verificare al lagărului pe baza teoriei hidrodinamice.

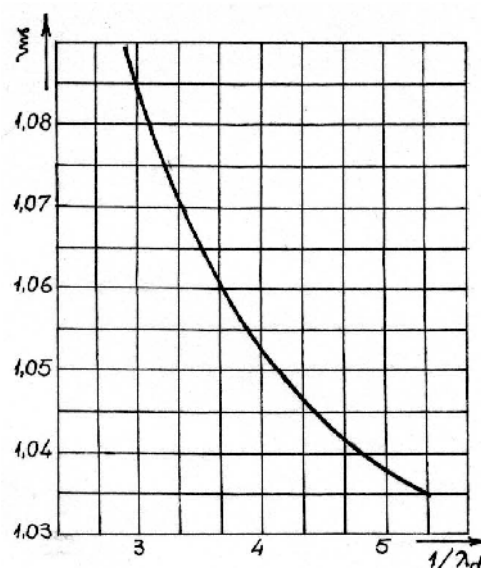


Fig.12.20

4.2. Verificarea la oboseală a componentelor arborelui cotit

4.2.1. Ipoteze de calcul

Arborele cotit reprezintă o grindă simplu rezemată, static nedeterminată. Dificultățile de calcul impun, în acest caz, adoptarea schemei simplificate de încărcare și deformare utilizată în cazul lagărelor palier (v. tema 5). Conform acestei scheme, arborele cotit reprezintă o grindă discontinuă, alcătuită dintr-un număr de părți egal cu numărul coturilor. Se calculează fiecare cot izolat, în următoarele ipoteze simplificatoare:

- fiecare cot reprezintă o grindă simplu rezemată pe două reazeme (situate la mijlocul fusurilor palier);
- reazemele sunt rigide și coaxiale;
- momentele încovoietoare în reazeme se neglijează (ipoteză justificată de lungimea redusă a reazemelor);
- în reazemul din stânga cotului considerat (cotul j), acționează un moment de răsucire M_j^s , numit **moment**

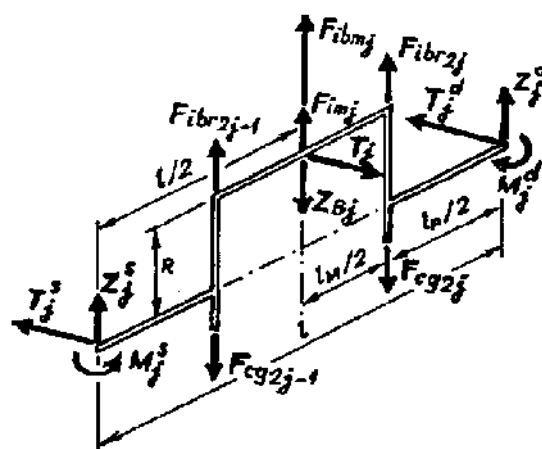


Fig.12.21

de intrare (fig.12.21); acesta reprezintă suma momentelor de răsucire ale coturilor care preced cotul considerat (coturile dintre partea frontală a arborelui și cotul considerat);

e) în reazemul din dreapta cotului considerat acționează un moment de răsucire M_j^d , numit **moment de ieșire**; el reprezintă suma dintre momentul de intrare M_j^s și momentul de răsucire ($R \cdot T_j$) al cotului considerat.

Ipotezele d) și e) fac ca efectele exercitate de către cilindrii anteriori, care se transmit la utilizare prin cotul considerat, să fie luate în considerație, ceea ce apropie cotul izolat de cel real.

4.2.2. Calculul fusului palier

Fusul palier este solicitat la răsucire (fig.12.16.a) de un ciclu asimetric. Fusurile palier dinspre partea frontală a arborelui sunt solicitate de momente de răsucire medii, mai mici decât cele care acționează în fusurile dinspre partea posterioară și, mai ales, în fusul final, deoarece arborele cotit însumează momentele medii produse de fiecare cilindru. Prin urmare, calculul la solicitarea variabilă trebuie dezvoltat pentru fiecare fus palier în parte, ceea ce implică problema însumării momentelor de răsucire. Momentele de intrare (M_j^s) și de ieșire (M_j^d), pentru fiecare cot, sunt

$$M_j^s = R \cdot \sum_{k=1}^{k=j-1} T_k \quad [\text{Nm}]; \quad (12.14)$$

$$M_j^d = M_j^s + R \cdot T_j \quad [\text{Nm}], \quad (12.15)$$

unde j este numărul de ordine al cotului considerat, numerotarea efectuându-se de la partea frontală spre volant, iar T_j – valoarea instantanee a forței tangențiale a cotului j , determinată în cadrul calculului dinamic.

Calculul se organizează într-un tabel (tab.12.3), care permite urmărirea variațiilor momentelor M_{II} , M_{III} , ..., M_{i+1} , în funcție de unghiul α , în vederea extragerii valorilor maxime și minime. Fiecare coloană se obține din precedentă, la care se adaugă momentul produs de forța tangențială. La însumare, se ține seama de ordinea de aprindere, deci de decalajele forțelor T_j dintre cilindri. Reazemul final ($i+1$) va fi solicitat chiar de momentul motor rezultat M_{mot} , determinat în cadrul calculului dinamic.

Tabelul 12.3

α [°RAC]	$M_{II}=T_1 \cdot R$	$M_{III}=M_{II}+T_2 R$	$M_{IV}=M_{III}+T_3 R$...	$M_{i+1}=M_i+T_i R$
0					
10					
20					
...					
$180 \cdot \tau$					

Prin urmare, valorile extreme ale eforturilor unitare de răsucire sunt precizate de relațiile:

$$\tau_{P_{max}} = \frac{M_{max}}{W_{pP}} \quad [\text{daN/cm}^2]; \quad (12.16)$$

$$\tau_{P_{min}} = \frac{M_{min}}{W_{pP}} \quad [\text{daN/cm}^2], \quad (12.17)$$

unde M_{max} și M_{min} se obțin din tabelul de variație a momentului de răsucire, iar W_{pP} reprezintă modulul de rezistență polar al secțiunii transversale a fusului palier:

a) pentru fusurile pline:

$$W_{pP} = \frac{\pi d_P^3}{16} [\text{cm}^3]; \quad (12.18)$$

b) pentru fusurile inelare:

$$W_{pP} = \frac{\pi}{16} \frac{d_P^4 - d_{Pi}^4}{d_P} [\text{cm}^3]. \quad (12.18')$$

Cu ajutorul acestor valori, se determină amplitudinea τ_{Pv} i valoarea medie τ_{Pm} ale eforturilor unitare:

$$\tau_{Pv} = \frac{\tau_{P\max} - \tau_{P\min}}{2} [\text{daN/cm}^2]; \quad (12.19)$$

$$\tau_{Pm} = \frac{\tau_{P\max} + \tau_{P\min}}{2} [\text{daN/cm}^2]; \quad (12.20)$$

Rezultă astfel coeficientul de siguranță

$$c_P = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\beta_{k\tau}}{\gamma \cdot \varepsilon_\tau} \cdot \tau_{Pv} + \psi_\tau \cdot \tau_{Pm}}. \quad (12.21)$$

Dezvoltarea calculelor se realizează pe baza relațiilor:

$$\begin{cases} \beta_{k\tau} / \varepsilon_\tau \cong 2,5; \\ \psi_\tau = (2 \cdot \tau_{-1} - \tau_o) / \tau_o = 0,08 \dots 0,10; \\ \tau_{-1} \cong (0,50 \dots 0,65) \cdot \sigma_{-1}; \\ \tau_o \cong (1,7 \dots 2,0) \cdot \tau_{-1}; \\ \sigma_{-1} \cong (0,45 \dots 0,55) \cdot \sigma_r. \end{cases} \quad (12.22)$$

Coeficientul γ variază în limitele $\gamma = 1,10 \dots 1,28$, la fusurile din OLA, ecrusate cu jet de alicie sau $\gamma = 1,10 \dots 1,40$, la fusurile călite prin CIF. La rândul ei, rezistența τ_{-1} variază în limitele $\tau_{-1} = 1800 \dots 2300 \text{ daN/cm}^2$, la OLC de calitate pentru arbori coti i sau $\tau_{-1} = 2800 \dots 3200 \text{ daN/cm}^2$, la OLA. În figurile 7.33 i 7.34 sunt prezentate valori suplimentare pentru coeficientul de concentrare $\beta_{k\tau}$ i pentru factorul dimensional ε_τ .

Valoarea minim admisibilă a coeficientului de siguranță la oboseală este situată în jurul valorilor: $c_{Pa} = 3 \dots 4$ la m.a.s.-uri, $c_{Pa} = 4 \dots 5$ la m.a.c.-uri cu admisie naturală i $c_{Pa} = 2 \dots 3$ la m.a.c.-uri supraalimentate.

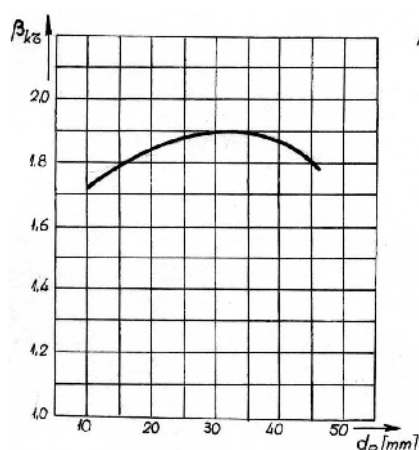


Fig.12.22

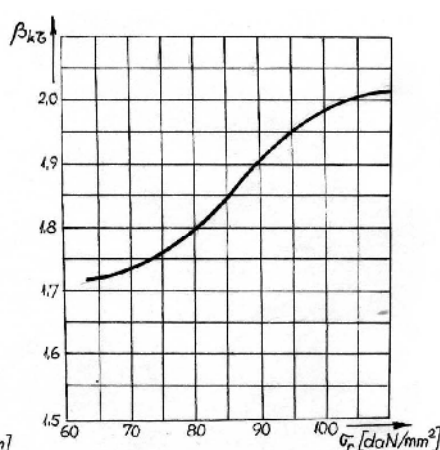
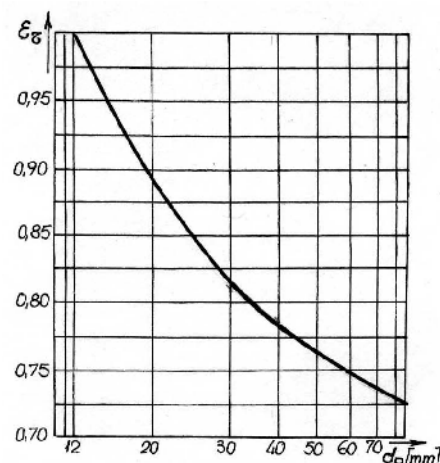


Fig.12.23



4.2.3. Calculul fusului maneton

Fusul maneton este supus la încovoiere (fig.12.16.b i c) i la torsiune (fig.12.16.d). Se dezvoltă calculul pentru un cot care se sprijină pe două reazeme i este încărcat cu for e concentrate cunoscute (fig.12.21). Atunci când numărul fusurilor de reazem este mai mic decât numărul coturilor (motoare fără unele paliere intermediare – fig.12.24.a sau motoare în V, cu biele alăturate – fig.12.24.b), schemele de calcul se construiesc adecvat.

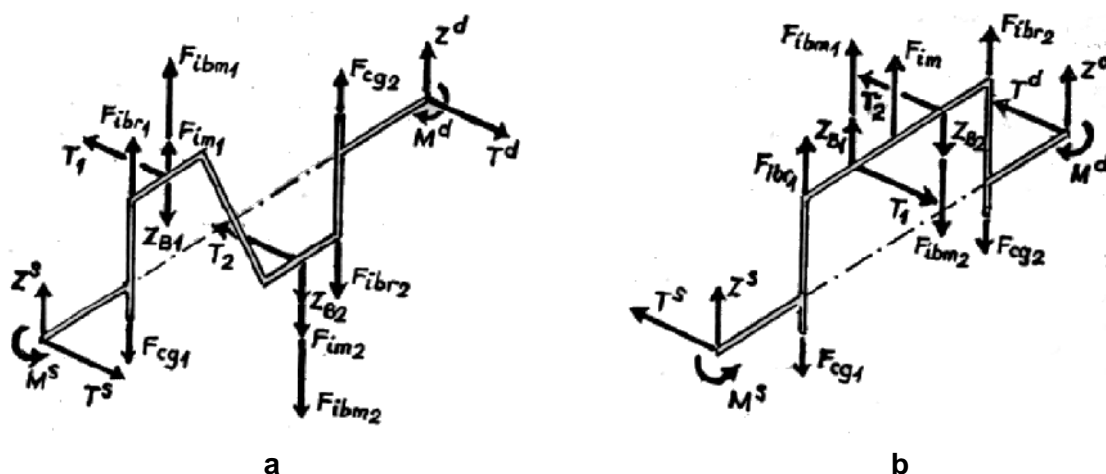


Fig.12.24

Reac iunile din reazeme se determină din ecua iile de echilibru ale for elor i momentelor. Este convenabil să se descompună for ele care solicită cotul după două direc ii: una situată în planul cotului – normală pe fusul maneton – i cealaltă tangențială la fusul maneton. For a T_j , după direc ia tangențială la cotul j , este chiar for a tangențială T , determinată în cadrul calculului dinamic:

$$T_j = T = F \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta} \quad (12.23)$$

For a Z_j , normală la maneton, este suma dintre componenta radială Z_{Bj} a for ei longitudinale B , for a centrifugă F_{ibmj} a masei bieii aferentă manetonului i for a centrifugă F_{imj} a fusului maneton:

$$Z_j = Z_{Bj} + F_{ibmj} + F_{imj} = F \cdot \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \beta} - (m_{bm} + m_m) \cdot R\omega^2. \quad (12.24)$$

Reac iunile din reazemul stâng (T_j^s i Z_j^s) sunt precizate de rela iile:

$$T_j^s = 0,5 \cdot T_j; \quad (12.25)$$

$$Z_j^s = 0,5 \cdot Z_j + F_{ibr2j-1} - F_{icg2j-1}, \quad (12.26)$$

în care $F_{ibr2j-1}$ i $F_{icg2j-1}$ sunt for ele centrifuge ala bra ului i , respectiv, contragreută ii de echilibrare. Evident, T_j^s i Z_j^s sunt variabile cu unghiul α .

Încovoierea în planul cotului (fig.12.16.d) este determinată de momentul

$$M_Z = \frac{1}{2} \cdot \left[l \cdot Z_j^s + (F_{ibr2j-1} - F_{icg2j-1}) \cdot (l - l_p) \right], \quad (12.27)$$

iar încovoierea în planul transversal (fig.12.16.c) de momentul:

$$M_T = \frac{1}{2} \cdot l \cdot T_j^s = \frac{1}{4} \cdot l \cdot T_j. \quad (12.28)$$

Momentul rezultat \vec{M}_σ este suma vectorială ($\vec{M}_Z + \vec{M}_T$). Întrucât \vec{M}_σ reprezintă o funcție de α , el este un vector rotitor, de mărime variabilă; odată cu el, se rotește și fusul maneton, astfel încât calculele se complică. Se obține o simplificare dacă se alege un ciclu convențional de solicitare, și anume un ciclu simetric determinat astfel: se calculează

$$M_\sigma = \sqrt{M_Z^2 + M_T^2}, \quad (12.29)$$

pentru diferite unghiuri α și se obține valoarea $M_{\sigma \max}$. Ciclul de solicitare va fi atunci determinat de valoarea maximă $M_{\sigma \max}$ și de cea minimă $M_{\sigma \min} = -M_{\sigma \max}$.

În cazul fusurilor maneton cu orificii pentru ungere (cazul general, de altfel), calculul se simplifică, deoarece solicitarea la extremitatea orificiului, în planul care conține axa lui este maximă, din cauza concentrării de tensiuni. În cazul general, axa orificiului este decalată față de planul cotului cu unghiul φ (fig.12.25).

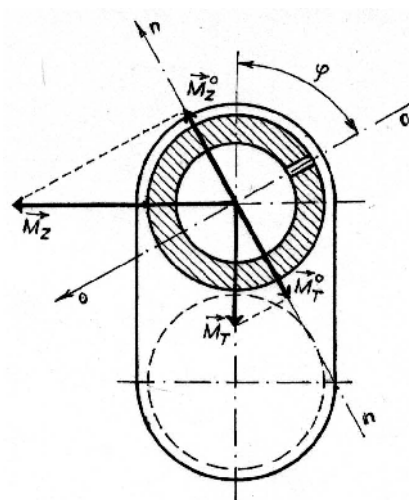


Fig.12.25

Componentele vectorilor moment \vec{M}_T^o și \vec{M}_Z^o după axa $n-n$, normală la axa orificiului $o-o$ se însumează algebric și se obține momentul rezultat

$$M_\sigma^o = M_Z^o + M_T^o = M_Z \cdot \cos \varphi - M_T \cdot \sin \varphi. \quad (12.30)$$

Este convenabil, și în acest caz, să se organizeze calculele într-o tabelă (tab.7.19), care permite extragerea valorilor $M_{\sigma \max}^o$ și $M_{\sigma \min}^o$.

Tabelul 12.4

α [°RAC]	Z_j	Z_j^s	M_Z	$M_Z^o = M_Z \cdot \cos \varphi$	T_j	M_T	$M_T^o = -M_T \cdot \sin \varphi$	M_σ^o
0								
10								
20								
...								
180·τ								

Momentul de torsiune al manetonului este determinat de momentul de intrare M_j^s și de momentul dat de reacțiunea din stânga cotului:

$$M_\tau = M_j^s + R \cdot T_j^s = M_j^s + R \cdot T_j / 2 \text{ [Nm]}. \quad (12.31)$$

Tabela 12.5 permite organizarea calculelor: momentul M_j^s se citește din tabela 12.3 (calculul fusului palier), iar momentul $R \cdot T_j$ se obține din calculul dinamic al motorului. Din ultima coloană se extrag valorile $M_{\tau \max}$ și $M_{\tau \min}$. Valorile extreme ale eforturilor unitare de încovoiere se calculează cu relațiile:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\sigma \max}}{W_M}; \quad (12.32)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{\sigma \min}}{W_M}, \quad (12.33)$$

unde W_M este modulul de rezistență la încovoiere:

$$W_M = \frac{\pi d_M^3}{32} \cdot \left[1 - \left(\frac{d_{Mi}}{d_M} \right)^4 \right]. \quad (12.34)$$

Tabelul 12.5

α [°RAC]	M_j^s	$\frac{1}{2} \cdot RT_j$	M_τ
0			
10			
20			
...			
180·τ			

Coeficientul de siguranță se determină cu relația

$$c_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\beta_{k\sigma}}{\gamma \cdot \varepsilon_\sigma} \cdot \sigma_v + \psi_\sigma \cdot \sigma_m}, \quad (12.35)$$

în care $\beta_{k\sigma} \cong 1,9 \dots 2$; $\varepsilon_\sigma = 0,7 \dots 0,8$; $\psi_\sigma \cong 0,1$ iar σ_m și σ_v se calculează cu relațiile (9.11) și (9.12) din tema 9 („Calculul și construcția bolțului”). Valorile uzuale ale coeficientului γ sunt aceleași cu cele de la §4.2.2. Valori suplimentare pentru $\beta_{k\sigma}$, ε_σ și ψ_σ sunt indicate în figurile 12.26, precum și în tabelul 12.6.

Tabelul 12.6

Coeficientul	Rezistența la rupere [daN/mm ²]				
	35...55	52...75	70...100	100...120	120...140
ψ_σ	0	0,05	0,1	0,2	0,25
ψ_τ	0	0	0,05	0,1	0,15

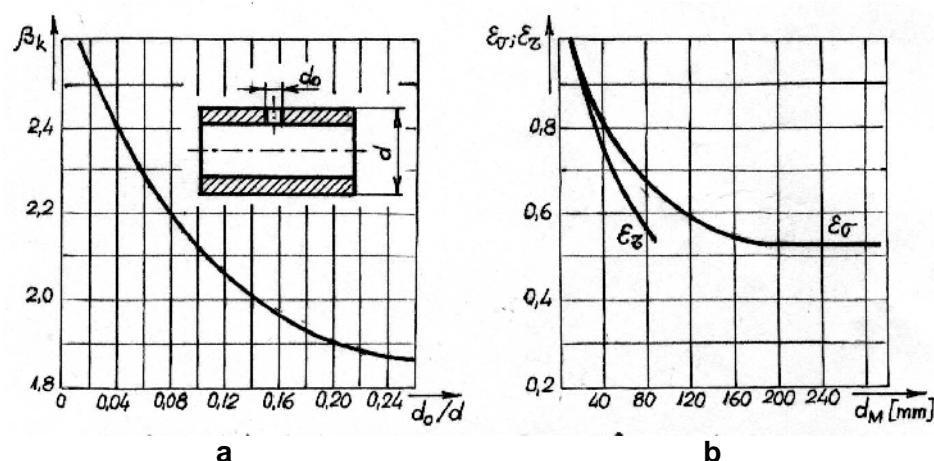


Fig.12.26

La rândul lor, valorile extreme ale eforturilor unitare de torsiune rezultă din relațiile:

$$\tau_{max} = \frac{M \tau_{max}}{W_{pM}} \text{ [daN/cm}^2\text{]}; \quad (12.36)$$

$$\tau_{min} = \frac{M \tau_{min}}{W_{pM}} \text{ [daN/cm}^2\text{]}. \quad (12.37)$$

În cazul în care orificiul interior din fusul maneton se execută excentric, modulul de rezistență polar al fusului maneton se corectează cu coeficientul μ :

$$W_{pM} = \mu \cdot \frac{\pi d_M^3}{16} \cdot \left[1 - \left(\frac{d_{Mi}}{d_M} \right)^4 \right] \text{ [cm}^3\text{]}. \quad (12.38)$$

În figura 12.27 este prezentată o nomogramă de alegere a valorii coeficientului de corecție μ , în funcție de raportul diametrelor fusului $\delta = d_M/d_{Mi}$ și de excentricitatea relativă $\varepsilon = 2e/(d_M - d_{Mi})$, e fiind excentricitatea absolută a orificiului interior al fusului maneton.

Coeficientul de siguranță la torsiune este precizat de relația

$$c_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\beta_{k\tau}}{\gamma \cdot \varepsilon_\tau} \cdot \tau_v + \psi_\tau \cdot \tau_m}, \quad (12.39)$$

valorile coeficienților $\beta_{k\tau}$, ε_τ și ψ_τ fiind indicate în tabelul 12.6 și în figura 12.26; la rândul său, coeficientul γ are valorile indicate în §4.2.2.

Prin urmare, coeficientul global de siguranță al fusului maneton se determină cu expresia

$$c_M = \frac{c_\sigma \cdot c_\tau}{\sqrt{c_\sigma^2 + c_\tau^2}}, \quad (12.40)$$

având valorile minim admisibile $c_{Ma} = 2,5 \dots 3,0$ la m.a.s.-uri și, respectiv, $c_{Ma} = 3,0 \dots 3,5$ la m.a.c.-uri.

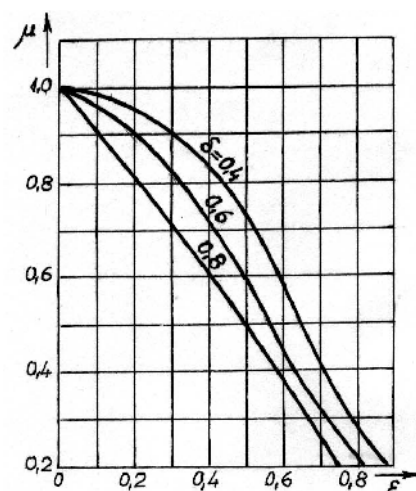


Fig.12.27

4.2.4. Calculul bra ului

Bra ul arborelui cotit este solicitat la încovoiere, întindere (fig.12.17.b), compresiune (fig.12.17.a) și răsucire (fig.12.17.c). La rândul ei, încovoierea se produce în două planuri: în planul cotului (fig.12.17.d) și în planul normal pe planul cotului (fig.12.17.e). Drept seciune de calcul se alege seciunea transversală tangentă la fusul palier (seciunea ABCD din fig.12.28), deoarece în punctul x apar, practic, eforturile unitare cele mai mari.

Momentul de încovoiere în planul cotului este precizat de relația

$$M_{ib} = \frac{Z^s \cdot l_P}{2} \text{ [Nm]}, \quad (12.41)$$

în care variația reacțiunii Z^s în funcție de unghiul de rotație α se citește din tabela 12.4 (§4.2.2).

Momentul de încovoiere în planul bra ului se determină cu relația

$$M'_{ib} = M^s + \frac{T^s \cdot l_P}{2} \text{ [Nm]}. \quad (12.42)$$

Deoarece eforturile unitare variază liniar pe seciune, cele produse de momentul M'_{ib} sunt nule în punctul x, situat pe axa neutră o-o (fig.12.28.a); prin urmare, solicitarea de încovoiere în planul bra ului este neinteresantă. Solicitarea de încovoiere în planul cotului dă eforturi unitare maxime în punctul x (fig.12.28.b); la acestea, se adaugă eforturile normale de întindere sau compresiune produse de forța Z^s (fig.12.28.c). Momentul de răsucire care produce tensiuni tangențiale în seciunea ABCD este precizat de relația

$$M_{tb} = \frac{T^s \cdot l_P}{2} = \frac{T \cdot l_P}{4} \text{ [Nm]}. \quad (12.43)$$

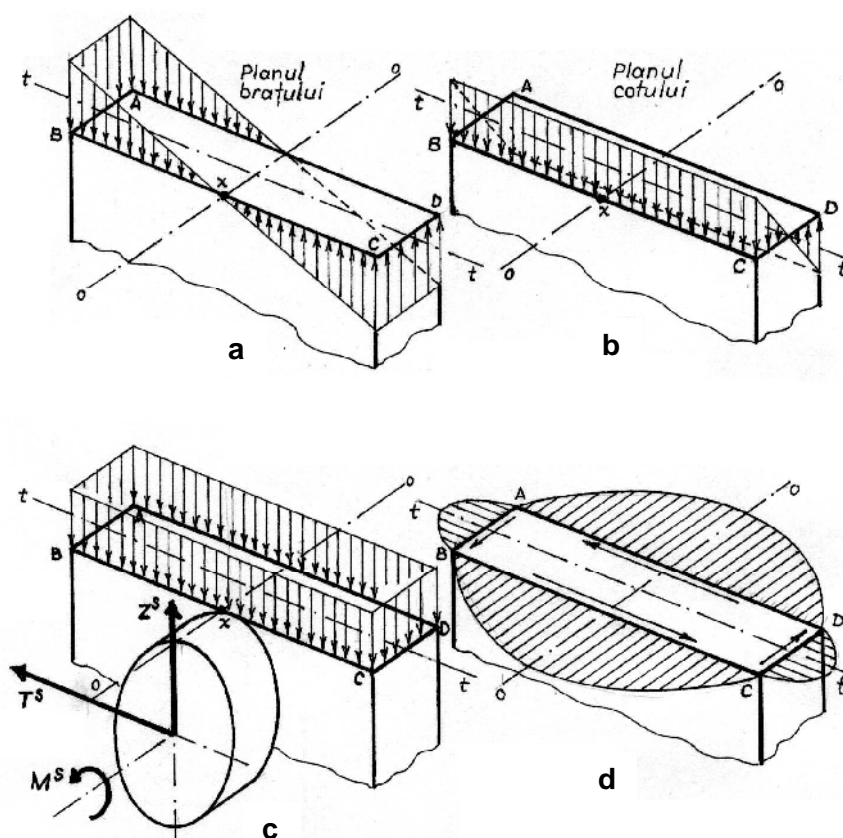


Fig.12.28

Distribuția eforturilor unitare tangențiale face ca valoarea maximă să se realizeze chiar în punctul x (fig.12.28.d). Suma eforturilor unitare normale de încovoiere și de compresiune (întindere) este precizată de relația

$$\sigma = \frac{M_{ib}}{W_b} + \frac{Z^s}{A_b} [\text{daN/cm}^2], \quad (12.44)$$

în care modulul de rezistență W_b și aria secțiunii transversale A_b se calculează cu relațiile:

$$W_b = \frac{b \cdot h^2}{6} [\text{cm}^3]; \quad (12.45)$$

$$A_b = b \cdot h [\text{cm}^2]. \quad (12.46)$$

Relațiile

$$\sigma_{\max} = Z_{\max}^s \cdot \left(\frac{3l_p}{bh^2} + \frac{1}{bh} \right) [\text{daN/cm}^2] \quad (12.47)$$

și

$$\sigma_{\min} = Z_{\min}^s \cdot \left(\frac{3l_p}{bh^2} + \frac{1}{bh} \right) [\text{daN/cm}^2] \quad (12.48)$$

precizează eforturile unitare maxime și minime, coeficientul de siguranță la încovoiere fiind dat de relația (12.35):

$$c_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\beta_{k\sigma}}{\gamma \cdot \varepsilon_\sigma} \cdot \sigma_v + \psi_\sigma \cdot \sigma_m}.$$

Efortul unitar de torsiune în punctul x este precizat de relația

$$\tau = \frac{M_{\tau b}}{W_d} = \frac{M_{\tau b}}{Kbh^2} \text{ [daN/cm}^2\text{]}, \quad (12.49)$$

unde K este coeficientul lui Saint-Venant, ale cărui valori sunt precizate în figura 12.29.

Relațiile

$$\tau_{\max} = \frac{l_P T_{\max}}{4W_d} \text{ [daN/cm}^2\text{]} \quad (12.50)$$

și

$$\tau_{\min} = \frac{l_P T_{\min}}{4W_d} \text{ [daN/cm}^2\text{]} \quad (12.51)$$

precizează eforturile unitare maxime și minime, pe baza cărora se determină coeficientul de siguranță la torsiune cu ajutorul relației (12.39):

$$c_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\beta_{k\tau}}{\gamma \cdot \varepsilon_{\tau}} \cdot \tau_v + \psi_{\tau} \cdot \tau_m}$$

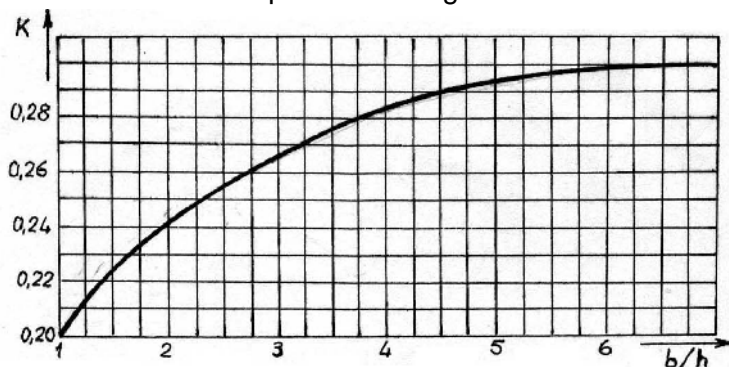


Fig.12.29

Parametrii care intervin în calculul coeficienților de siguranță c_{σ} și c_{τ} (relațiile 12.35 și 12.39) au valorile indicate în cadrul paragrafului anterior (§4.2.3). În cazul brațului, se calculează coeficientul global de siguranță

$$c_b = \frac{c_{\sigma} \cdot c_{\tau}}{\sqrt{c_{\sigma}^2 + c_{\tau}^2}}, \quad (12.52)$$

valorile sale minim admisibile fiind $c_{ba} = 2,0 \dots 3,0$ la m.a.s.-uri și, respectiv, $c_{ba} = 3,0 \dots 3,5$ la m.a.c.-uri.

Una dintre problemele complexe ale calculului brațului la oboseală o constituie evaluarea mai realistă a coeficienților de concentrare $\beta_{k\sigma}$ și $\beta_{k\tau}$. Date mai vechi indică pentru brațe valori ale celor doi coeficienți în funcție de raza de racordare (fig.12.30.a) și de lăimea brațului (fig.12.30.b).

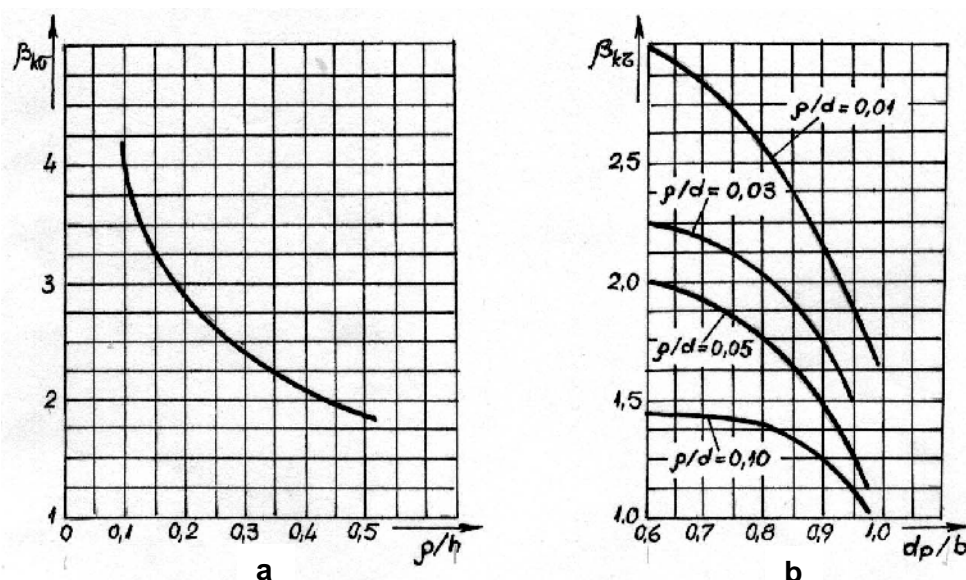


Fig.12.30

Cercetările ulterioare au evidențiat influența unor factori suplimentari precum efectul de suprapunere a fusurilor, diametrul interior al fusului, excentricitatea orificiilor interioare. Astfel,

coeficientul $\beta_{k\sigma}$ este considerat a fi egal cu un coeficient de concentrare $(\beta_{k\sigma})_{ref}$, stabilit pentru un cot de referință, valoarea sa fiind corectată cu un ir de coeficienți care în seama, fiecare în parte, de influența unor anumiți factori:

$$\beta_{k\sigma} = (\beta_{k\sigma})_{ref} \cdot (\beta_{\sigma})_b \cdot (\beta_{\sigma})_{dMi} \cdot (\beta_{\sigma})_e \cdot (\beta_{\sigma})_s \cdot (\beta_{\sigma})_{\delta} \quad (12.53)$$

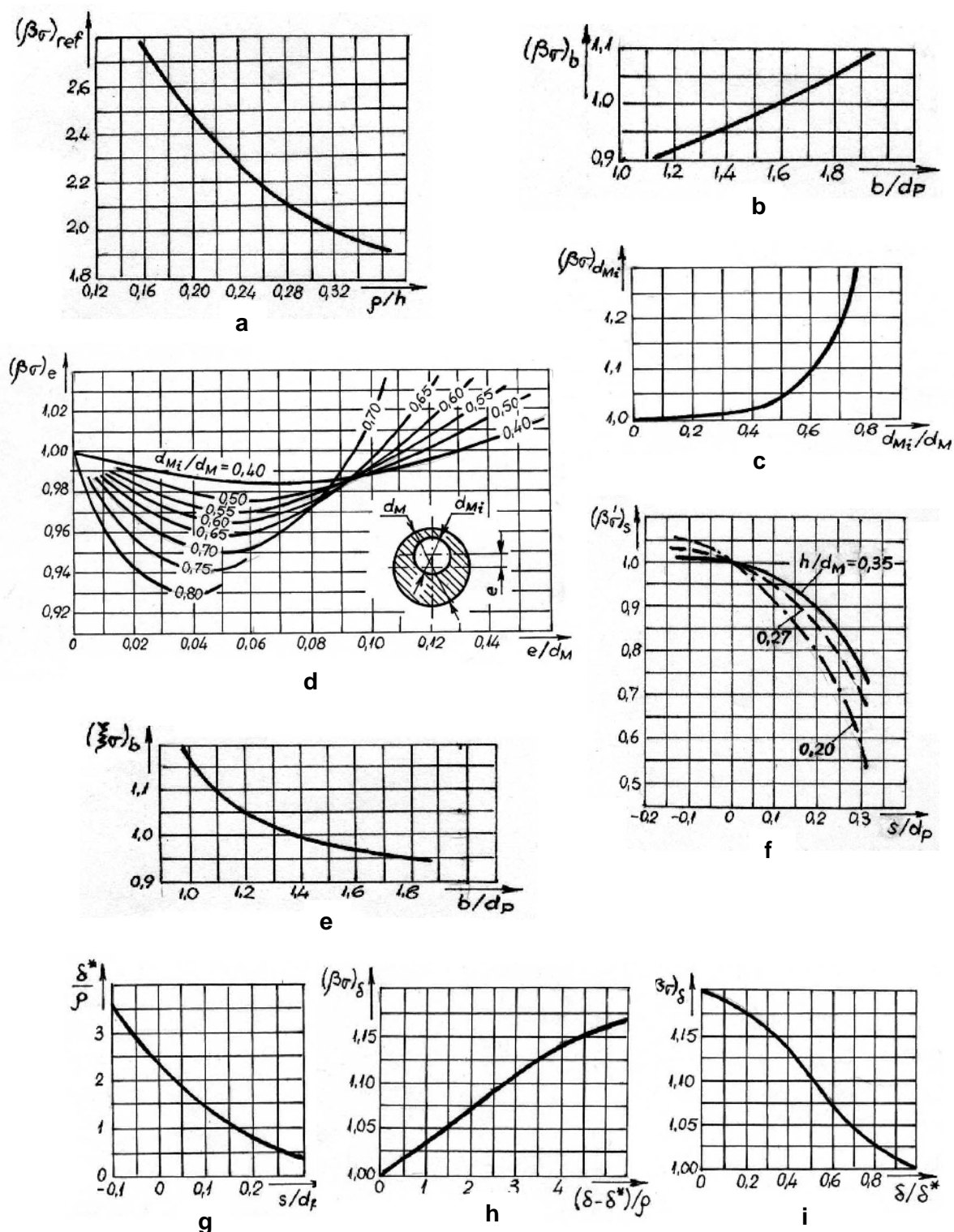


Fig.12.31

Coeficientul de concentrare $(\beta_{k\sigma})_{ref}$ este stabilit pentru un cot de referință având $b/d_p=1,6$ și $d_{Mi}/d_M=0$, având valorile indicate în nomograma din figura 12.31.a. Coeficienții de corecție care înseamnă de laimea braului $(\beta_\sigma)_b$, de diametrul interior al orificiului din fusul maneton $(\beta_\sigma)_{d_{Mi}}$ și de excentricitatea e a orificiului din fusul maneton $(\beta_\sigma)_e$ au valorile indicate în nomogramele din figura 12.31.b, c și d. La rândul său, coeficientul care înseamnă de suprapunerea a fusurilor se determină cu relația

$$(\beta_\sigma)_s = 1 - (\xi_\sigma)_b \cdot [1 - (\beta'_\sigma)_s], \quad (12.54)$$

unde $(\xi_\sigma)_b$ este un coeficient de corecție care înseamnă de variația raportului b/d_p , iar $(\beta'_\sigma)_s$ este un coeficient de corecție pentru cotul de referință având $b/d_p=1,6$. Valorile lor sunt indicate în figura 12.31. e și f. În sfârșit, coeficientul de corecție $(\beta_\sigma)_\delta$, care înseamnă de distanța δ (v. fig.12.19), se determină astfel: pentru raportul s/d_p dat, se citește din figura 12.31.b valoarea optimă a raportului δ^*/ρ , din care se calculează δ^* . Dacă $\delta/\rho > \delta^*/\rho$, coeficientul $(\beta_\sigma)_\delta$ se determină din figura 12.31.g; în caz contrar, se utilizează fig.12.31.i.

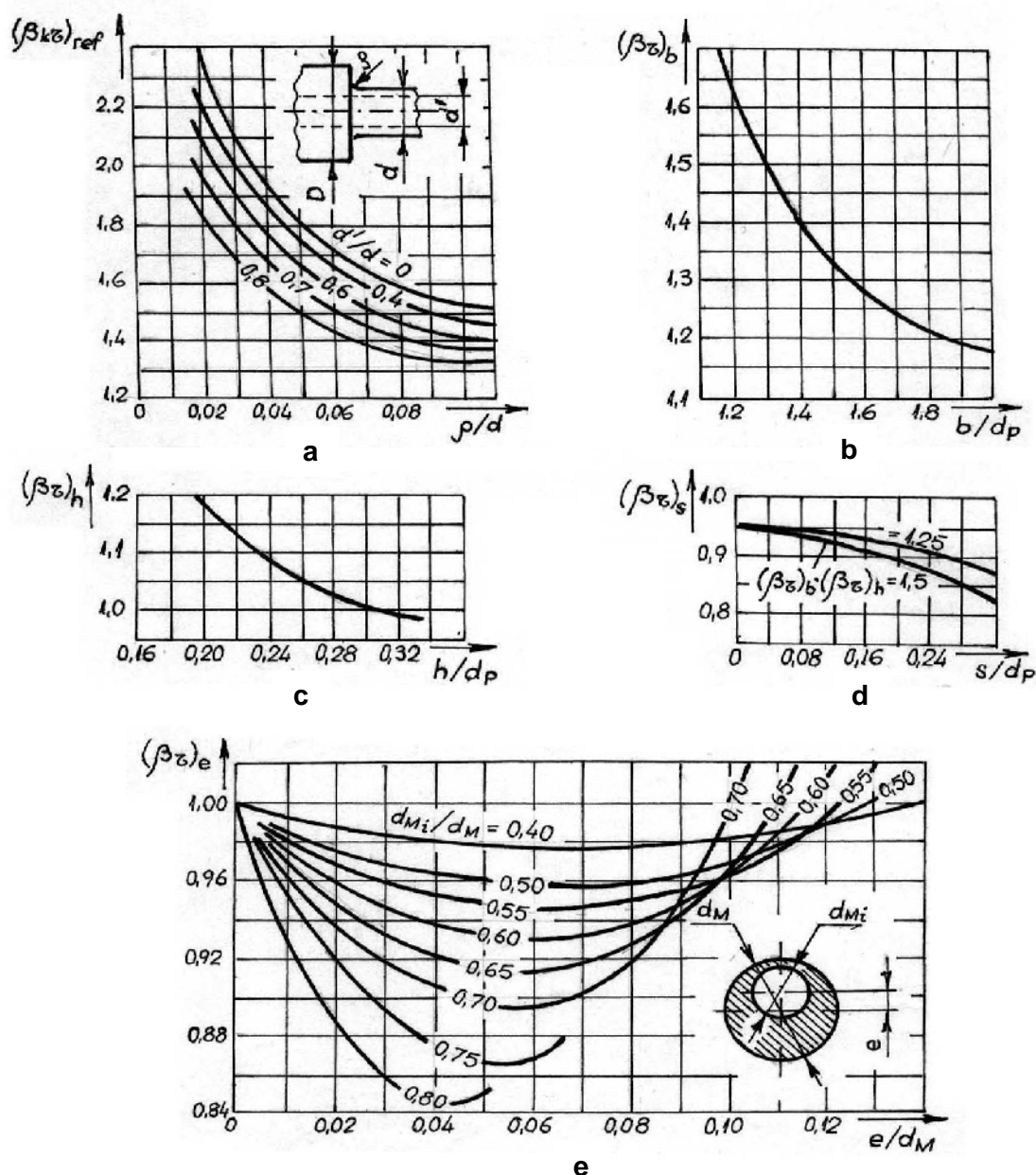


Fig.12.32

La rândul său, coeficientul de concentrare $\beta_{k\tau}$ se exprimă la fel ca $\beta_{k\sigma}$, sub forma unui produs de coeficienți:

$$\beta_{k\tau} = (\beta_{k\tau})_{ref} \cdot (\beta_{\tau})_b \cdot (\beta_{\tau})_h \cdot (\beta_{\tau})_s \cdot (\beta_{\tau})_e, \quad (12.55)$$

unde: $(\beta_{k\tau})_{ref}$ este coeficientul de concentrare în punctul de racordare, pentru arbore radial simetric, cu $D/d=2$ (fig.12.32.a); $(\beta_{\tau})_b$ – coeficientul care ine seama de lăimea braului (fig.12.32.b); $(\beta_{\tau})_h$ – coeficientul de corecție care ine seama de grosimea braului (fig.12.32.c); $(\beta_{\tau})_s$ – coeficientul de corecție care ine seama de suprapunerea fusurilor (fig.12.32.d) și $(\beta_{\tau})_e$ – coeficientul de corecție care ine seama de excentricitatea e a orificiului din fusul maneton (fig.12.32.e).

5. MATERIALELE ȘI TEHNOLOGIILE DE FABRICAȚIE

Materialul de fabricație a arborelui cotit depinde de procedeul de fabricație și de dimensiunile arborelui. Arborele cotit se confecționează prin forjare sau prin turnare. Arborii confecționați prin forjare se realizează din oțel, iar cei turnați, din oțel sau fontă.

Turnarea este un procedeu mai nou, prezentând următoarele avantaje:

- reducerea consumului de material;
- realizarea ușoară a formei tubulare;
- realizarea ușoară a formelor optime impuse de necesitățile de echilibrare și de solicitarea la oboseală.

Oțelurile folosite sunt: OLC 45, OLC 60, precum și oțelurile aliate cu Cr, Ni, Mo, V. Fonta posedă calități mai bune de turnare decât oțelul. Ea are o rezistență mai mică la încovoiere, dar are calități antifricțiune superioare. Totodată, ea suportă presiuni specifice mai mari și amortizează mai bine vibrațiile torsionale. Se utilizează fontă modificată, fontă maleabilă perlitică și fontă aliată cu Cr, Ni, Mo, Cu.

Calitățile arborelui cotit sunt îmbunătățite considerabil prin tratamente termice, termochimice sau prin prelucrări mecanice superficiale. Duritatea fusurilor crește considerabil prin călire, nitrurare sau ecruisare.

INFORMAȚII SUPLIMENTARE¹

I.1. VERIFICAREA ARBORELUI COTIT LA VIBRAȚII TORSIONALE. DETERMINAREA CARACTERISTICILOR DINAMICE ALE ARBORELUI ECHIVALENT

I.1.1. Generalități

Vibrațiile torsionale care se manifestă în liniile de arbori ale instalațiilor acționate de m.a.i. pot deveni adesea periculoase și multe din ruștile de arbori se datorează solicitărilor suplimentare exagerate, produse de vibrațiile torsionale.

Această situație impune cunoașterea cât mai exactă a comportării dinamice a sistemului oscilant format de motor și mașina antrenată, sub aspectul vibrațiilor liniare și forțate, precum și cunoașterea structurii armonice a momentelor excitante și a modului în care acestea acționează asupra sistemului oscilant. Studiul vibrațiilor torsionale urmărește stabilirea metodelor de determinare a turațiilor critice, a posibilităților de modificare a pulsațiilor proprii în vederea evitării unor rezonanțe periculoase, precum și a condițiilor în care este necesar ca motorul să fie echipat cu dispozitive mecanice speciale, destinate amortizării vibrațiilor torsionale.

Concluzionând, calculul vibrațiilor torsionale cuprinde următoarele etape distincte:

- determinarea arborelui echivalent;
- calculul frecvenței proprii a vibrațiilor libere;
- analiza armonică a excitației;
- determinarea amplitudinii momentului de torsiune la rezonanță.

I.1.2. Arborele echivalent

Arborele cotit este un sistem complicat și, de aceea, el este înlocuit cu un sistem oscilant echivalent, numit **arbore echivalent**. Se admite că arborele echivalent este identic din punct de vedere dinamic cu cel real, dacă:

- rigiditățile celor doi arbori sunt egale;
- momentele de inerție mecanice ale maselor în mișcare de rotație sunt egale.

Aceste două condiții sunt determinate de natura fenomenului de oscilație, care constă în transformarea periodică a energiei de oscilație în energie cinetică și invers. Ca urmare, prima condiție asigură egalitatea energiilor de deformare, iar a doua egalitatea energiilor cinetice ale celor două sisteme.

Arborele echivalent este imaginat, în forma sa cea mai simplă, în figura I.1: un arbore drept, fără masă, de diametru constant d_e (eventual gol la interior), încărcat cu un număr de discuri (volanuri) de masă m și moment de inerție mecanic J , porțiunile de arbore dintre discuri având rigiditățile k .

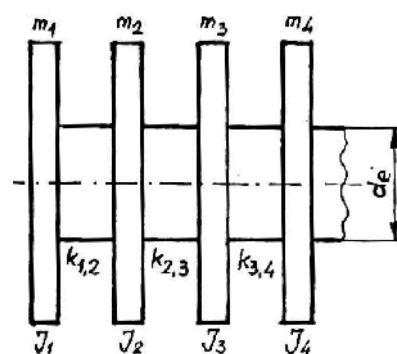


Fig. I.1

¹ Elementele prezentate în următoarele pagini au un caracter informativ, pentru completarea cunoștințelor referitoare la calculul arborelui cotit.

Deformația unghiulară de răsucire φ este proporțională cu momentul de torsiune M_t și cu lungimea l a arborelui (fig.1.2) și invers proporțională cu modulul de elasticitate transversală G și cu momentul polar de inerție I_p :

$$\varphi = \frac{M_t l}{GI_p} \cdot 10^3 \text{ [rad]}, \quad (1.1)$$

cu M_t în N·m, l în mm, G în MPa și I_p în mm⁴.

Constanta elastică de răsucire a arborelui k reprezintă momentul mecanic necesar pentru a produce o deformație unghiulară egală cu unitatea, deci:

$$k = \frac{M_t}{\varphi} = \frac{GI_p}{l} \cdot 10^{-3} \text{ [Nm]}. \quad (1.2)$$

Deformația torsională a unui cot de arbore cotit, solicitat de momentul de torsiune M_t (fig.1.3), poate fi determinată analitic dacă se admit următoarele ipoteze simplificatoare:

- lagărele palier nu se opun deplasărilor laterale ale fusurilor paliere, datorate deformațiilor torsionale ale fusurilor maneton și încovoierii bra elor;
- modificarea de seciune la trecerea de la fusuri la bra e nu produce variații ale elasticității fusului sau bra ului considerat;
- deformația de încovoiere a bra ului se produce în por iunea dintre cele două fusuri între care este situat bra ul, iar elasticitatea sa nu este afectată de gradul de suprapunere a sec iunilor fusurilor sau de variația sec iunii bra elor în afara zonei deformat.

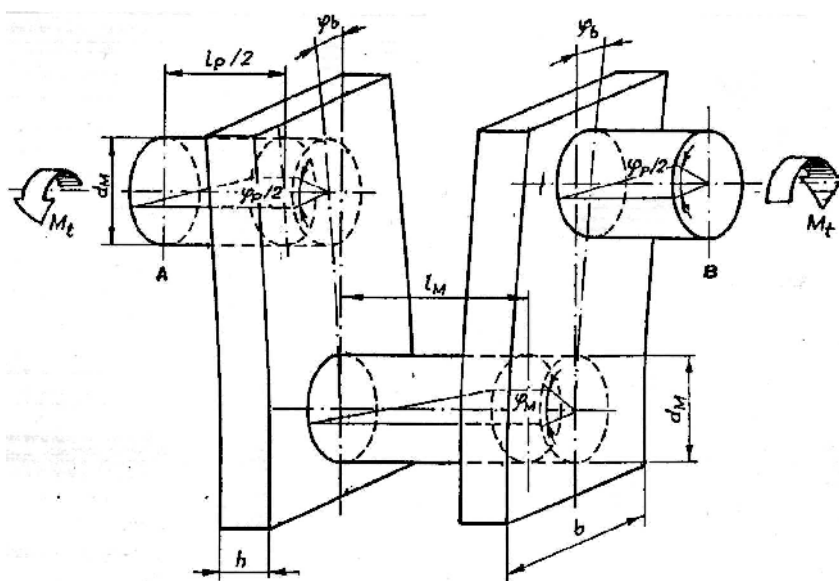


Fig.1.3

În aceste condiții, deformația torsională a cotului arborelui cotit rezultă din însumarea deformațiilor individuale ale fiecărui element (fig.1.3):

$$\varphi_{cot} = \varphi_P + \varphi_M + 2 \cdot \varphi_b \text{ [rad]}, \quad (1.3)$$

iar elasticitatea totală a cotului (elasticitatea reprezintă inversa constantei elastice) rezultă din relațiile (1.2) și (1.3):

$$\frac{1}{k_{cot}} = \frac{1}{k_P} + \frac{1}{k_M} + \frac{2}{k_b} \text{ [1/Nm]}. \quad (1.4)$$

Deformațiile unghiulare ale fusurilor se determină cu ajutorul relațiilor:

- pentru fusul maneton:

$$\varphi_M = \frac{M_t}{k_M} = \frac{M_t \cdot l_M}{G \cdot I_{pM}} \cdot 10^3 \text{ [rad]}; \quad (1.5)$$

- pentru fusul palier:

$$\varphi_P = \frac{M_t}{k_P} = \frac{M_t \cdot l_P}{G \cdot I_{pP}} \cdot 10^3 \text{ [rad]}. \quad (1.6)$$

În cele două relații I_{pM} și I_{pP} reprezintă momentele de inerție polare ale celor două fusuri:

$$I_{pM} = \frac{\pi}{32} \cdot (d_M^4 - d_{Mi}^4) \text{ [mm}^4\text{]}; \quad (1.7)$$

$$I_{pP} = \frac{\pi}{32} \cdot (d_P^4 - d_{Pi}^4) \text{ [mm}^4\text{]}. \quad (1.8)$$

Ca urmare a momentului de torsiune M_t aplicat cotului de arbore (fig.1.3), brațele acestuia se încovoie, iar curbura fibrei medii deformate (fig.1.4) are expresia

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_t}{E \cdot I_{by}} \cdot 10^3 \text{ [mm}^{-1}\text{]}, \quad (1.9)$$

în care E este modulul de elasticitate longitudinală (normal) al materialului din care este realizat arborele cotit; ρ – raza de curbura a fibrei medii deformate și I_{by} – momentul de inerție axial (față de axa y) al secțiunii transversale a brațului:

$$I_{by} = \frac{h \cdot b^3}{12} \text{ [mm}^4\text{]}. \quad (1.10)$$

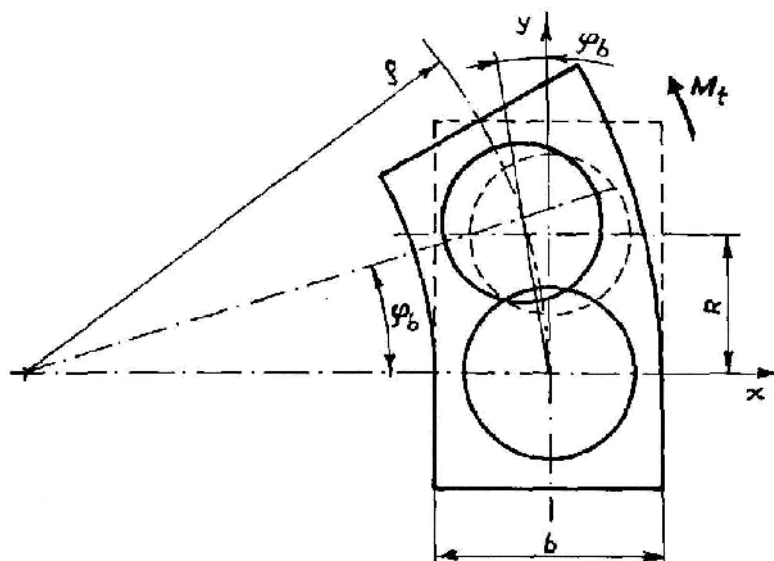


Fig.1.4

Dacă lățimea brațului nu este uniformă în regiunea situată între axele fusurilor (fig.1.5), lățimea medie a brațului, care se introduce în relația (1.10), se calculează cu expresia

$$\frac{1}{b^3} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{b_{max}^3} + \frac{1}{b_{min}^3} \right) \text{ [mm}^{-3}\text{]}. \quad (1.11)$$

Unghiul φ_b cu care se rotesc cele două secțiuni transversale ale brațului deformat, situate în dreptul axelor fusurilor (fig.1.4), este

$$\varphi_b = \frac{R}{\rho} = \frac{R \cdot M_t}{E \cdot I_{by}} \cdot 10^3 \text{ [rad]}. \quad (1.12)$$

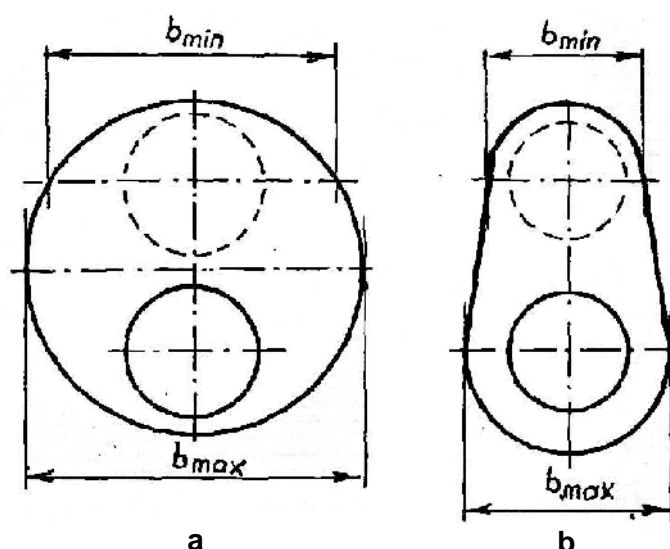


Fig.I.5

Prin urmare, unghiul total cu care se rotesc între ele secțiunile transversale ale fusurilor palier ce delimitează cotel considerate (fig.I.3) va fi

$$\varphi_{cot} = \varphi_P + \varphi_M + 2 \cdot \varphi_b = \frac{M_t}{G} \cdot \left[\frac{l_P}{I_{PP}} + \frac{l_M}{I_{PM}} + \frac{2R}{\frac{E}{G} \cdot \frac{hb^3}{12}} \right] \cdot 10^3 [\text{rad}]. \quad (I.13)$$

Prin analogie cu relația (I.1), se poate aprecia că, din punct de vedere elastic, cotel arborelui cotel poate fi înlocuit cu un arbore drept de secțiune cilindrică, cu diametrul echivalent d_e .

Înăd seama de faptul că, pentru o el i fontă (materialele uzuale din care se execută arborii cotel i), raportul modulelor de elasticitate, normal i transversal, are valori foarte apropiate ($E/G \approx 2,5$), se poate stabili, în baza relațiilor (I.13), (I.7) i (I.8), lungimea arborelui echivalent, de diametru arbitrar d_e :

$$l_e = \frac{G \cdot I_{pe}}{10^3 \cdot M_t} \cdot \varphi_{cot} = d_e^4 \cdot \left[\frac{l_P}{d_P^4 - d_{Pi}^4} + \frac{l_M}{d_M^4 - d_{Mi}^4} + \frac{0,94 \cdot R}{hb^3} \right] [\text{mm}], \quad (I.14)$$

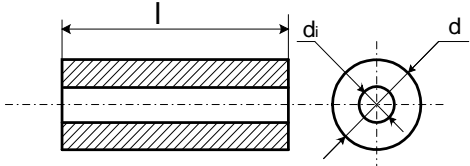
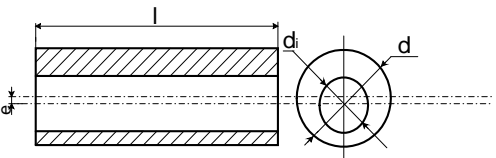
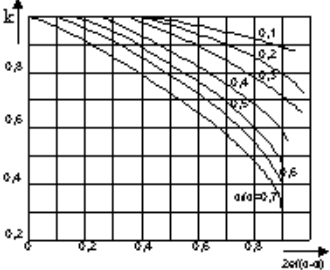
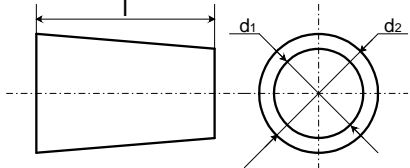
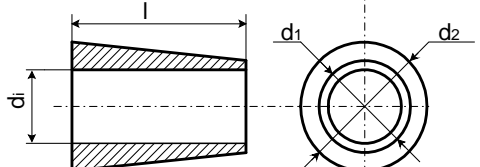
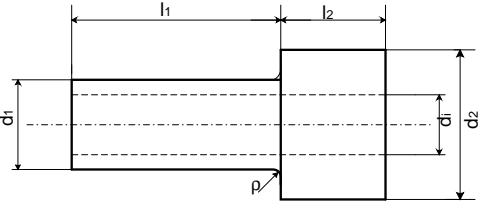
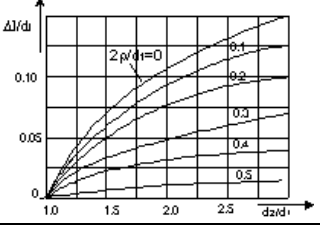
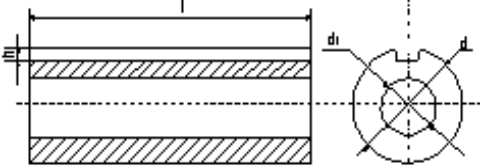
unde:

$$I_{pe} = \frac{\pi}{32} \cdot d_e^4 [\text{mm}^4] \quad (I.15)$$

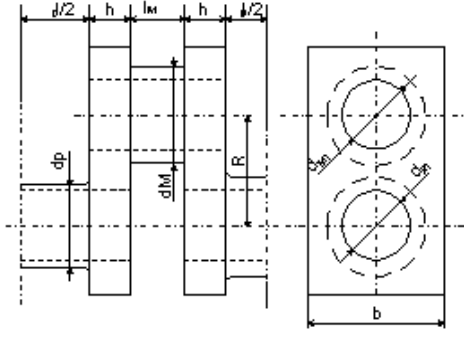
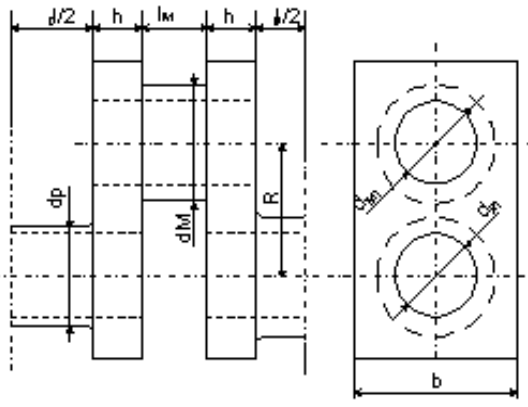
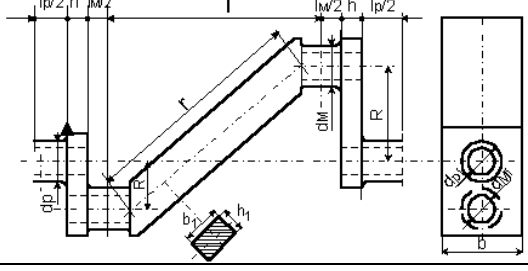
este momentul de inerție polar al secțiunii arborelui echivalent.

Relația (I.14) a fost dedusă în baza unor ipoteze simplificatoare ce nu sunt respectate în mod corespunzător de comportarea reală a arborelui cotel, rezemat pe lagărele palier practicate în carter. Luarea în considerație, prin calcul, a tuturor particularităților elastice ale ansamblului arbore cotel–carter nu este posibilă decât, eventual, prin aplicarea metodei elementului finit. Un asemenea procedeu reclamă, însă, un volum ridicat de calcule, care nu se justifică din punct de vedere al necesității lor uzuale de calcul al comportării la vibrații torsionale a arborilor cotel i. Numeroși cercetători care s-au preocupat de aceste probleme au stabilit mai multe formule semiempirice structurate, în general, pe scheletul relației (I.14). În tabelul I.1 sunt prezentate relațiile de calcul ale lungimilor echivalente pentru elemente de arbori drepi i, cu diferite configurații ale secțiunilor transversale, iar în tabelul I.2 cele mai uzuale relații de calcul al lungimilor echivalente pentru manivelele arborilor cotel i.

Tabelul I.1

Configurația elementului	Relația de calcul
	$l_e = d_e^4 \cdot \frac{l}{d^4 - d_i^4}$
	<p> $l_e = k d_e^4 \cdot \frac{l}{d^4 - d_i^4}$; k se alege din nomograma de mai jos sau se calculează cu relația $k \cong 1 + \frac{16b^2\beta^2}{(1-b^2)(1-b^4)} + \frac{38b^4\beta^4}{[(1-b^2)(1-b^4)]^2};$ $b = d_i/d; \beta = e/d.$ </p> 
	$l_e = d_e^4 \cdot \frac{l}{3(d_2 - d_1)} \cdot \left(\frac{1}{d_1^3} - \frac{1}{d_2^3} \right)$
	<p> $l_e = d_e^4 \cdot \frac{l}{4d_i^3(d_2 - d_1)} \cdot \left[\ln Y - 2 \left(\arctg \frac{d_2}{d_i} - \arctg \frac{d_1}{d_i} \right) \right]$ $Y = \frac{(d_2 - d_i)(d_1 + d_i)}{(d_2 + d_i)(d_1 - d_i)}$ </p>
	<p> $l_e = d_e^4 \cdot \left[(l_1 + \Delta l) \cdot \frac{1}{d_1^4 - d_i^4} + \frac{l_2}{d_2^4 - d_i^4} \right]$ Δl se determină din nomograma de mai jos </p> 
	<p> $l_e = d_e^4 \cdot \frac{l}{(d - ah)^4 - d_i^4}$ $a=0,5$ pentru un canal de pană $a=1$ pentru două canale de pană $a=2$ pentru arbore canelat </p>

Tabelul I.2

Configurația elementului	Relația de calcul
	<p>CARTER (motoare diesel):</p> $l_e = d_e^4 \cdot \left[\frac{l_P + 0,8h}{d_P^4 - d_{Pi}^4} + \frac{0,75l_M}{d_M^4 - d_{Mi}^4} + \frac{1,5R}{hb^3} \right]$ <p>HELDT (m.a.s.-uri rapide)</p> $l_e = d_e^4 \cdot \left[\frac{l_P + 0,4h}{d_P^4 - d_{Pi}^4} + \frac{1,096l_M}{d_M^4 - d_{Mi}^4} + \frac{1,284R}{hb^3} \right]$ <p>KER WILSON (uz general):</p> $l_e = d_e^4 \cdot \left[\frac{l_P + 0,4d_P}{d_P^4 - d_{Pi}^4} + \frac{l_M + 0,4d_M}{d_M^4 - d_{Mi}^4} + \frac{R - 0,2(d_P + d_M)}{hb^3} \right]$ <p>TUPLIN (uz general):</p> $l_e = d_e^4 \cdot \left\{ \frac{l_P + 0,15d_P}{d_P^4 [1 - (d_{Pi}/d_P)^4]^2} + \frac{l_M + 0,15d_M}{d_M^4 [1 - (d_{Mi}/d_M)^4]^2} + \frac{2h - 0,15(d_M + d_P)}{b^4 - d_{Pi}^4} + \frac{R}{hb^3} \left(0,58 + \frac{0,065d_P}{h} \right) + \frac{0,016}{bk^2} \right\}$
	<p>ZIMANENKO (motoare rapide):</p> $l_e = d_e^4 \cdot \left[\frac{l_P + 0,6d_P h/l_P}{d_P^4 - d_{Pi}^4} + \frac{0,8l_M + 0,2d_P b/R}{d_M^4 - d_{Mi}^4} + \frac{R}{hb^3} \sqrt{\frac{R}{d_M}} \right]$ <p>B.I.C.E.R.I. (British Internal Combustion Engine Research Institute) (uz general):</p> $l_e = d_e^4 \cdot \left[\frac{l_P}{d_P^4 - d_{Pi}^4} + \frac{l_M}{d_M^4 - d_{Mi}^4} + \frac{0,07l_M}{R^2(d_M^4 - d_{Mi}^4)} + k \frac{R}{hb^3} \right]$ <p>$k = 11,58x + 0,439$; $x = \frac{hb^3}{Rd_P^4}$ (dimensiuni în cm).</p>
	<p>KER WILSON (uz general):</p> $l_e = d_e^4 \cdot \left[\frac{0,75l_M}{d_M^4 - d_{Mi}^4} + \frac{0,75r}{h_1 b_1^3} \right]$ <p>Formula precizează lungimea echivalentă a porțiunii / a arborelui, cuprinsă între două fusuri manetoane alăturate, neseperate prin fus palier intermediar.</p>

Determinări mai exacte ale elasticității manivelor unui arbore cotit se pot efectua pe cale experimentală, prin măsurarea deformațiilor ce se produc în coturile arborelui la aplicarea unui moment de torsiune de mărime constantă.

Cu aceste observații, se poate aprecia că echivalentul dinamic al unei manivele este alcătuit dintr-un volant, în care se concentrează momentul de inerție J_k al manivelei arborelui cotit și al pieselor mecanismului motor aferent. Volantul este plasat între două tronsoane de arbore echivalent de lungime $l_e/2$ și masă nulă (fig. I.6).

Discurile (volan ii) care încarcă arborele echivalent se stabilesc astfel încât ele corespund, în general, fiecărui cot al arborelui cotit, ultimul disc corespunzând volantului i transmisiei (fig.1.7.a i b).

Sistemul oscilant alcătuit dintr-un număr de discuri mai mare de trei implică, însă, dezvoltarea unor calcule laborioase, astfel încât, adesea, se alcătuie te un sistem redus de trei discuri (fig.1.7.c). Fiecare disc înglobează momentele de inerție ale sistemului pe care îl înlocuie te, fiind amplasat în centrul său. Astfel, în exemplul prezentat în figura 1.7.c, sistemul redus se alcătuie te pe baza rela iilor:

$$\begin{cases} J_{r1} = J_1 + J_2 + J_3; \\ J_{r2} = J_4 + J_5 + J_6; \\ l_{r1} = (l_1 J_1 + l_2 J_2 + l_3 J_3) / J_{r1}; \\ l_{r2} = (l_4 J_4 + l_5 J_5 + l_6 J_6) / J_{r2}. \end{cases} \quad (1.16)$$

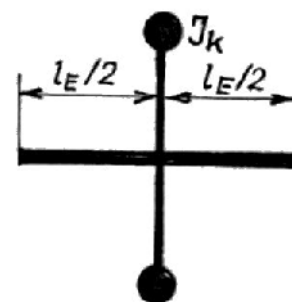


Fig.1.6

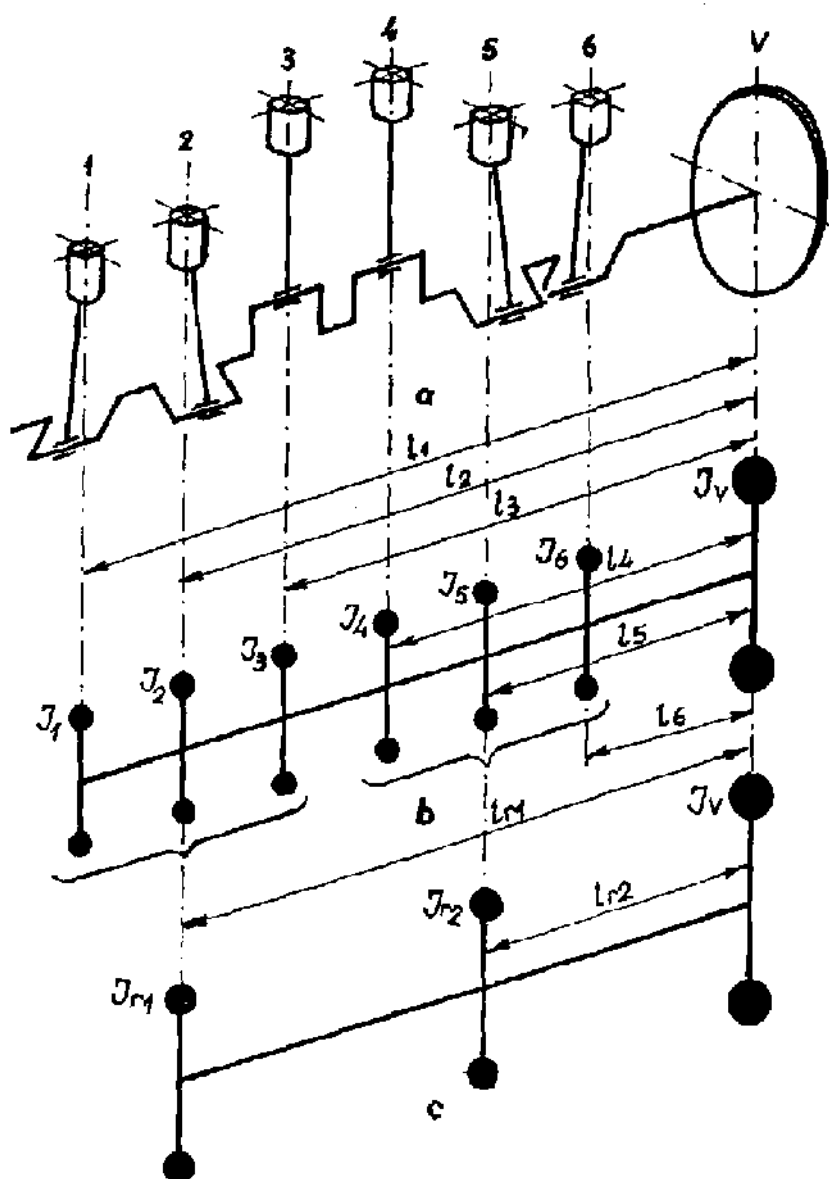


Fig.1.7

Momentul de inerție mecanic total pentru un cot J_k este egal cu suma dintre momentul de inerție al cotului J_{cot} și momentul de inerție al maselor în mișcare, redus la axa arborelui cotit J_{mo} :

$$J_k = J_{cot} + J_{mo} \text{ [Nms}^2\text{]}. \quad (1.17)$$

La rândul său, momentul de inerție al cotului este definit de relația

$$J_{cot} = J_P + J_{Mo} + 2 \cdot J_{bo} \text{ [Nms}^2\text{]}, \quad (1.18)$$

în care J_P este momentul de inerție al fusului palier:

$$J_P = \frac{\pi}{32} \cdot (d_P^4 - d_{Pi}^4) \cdot l_P \rho \text{ [Nms}^2\text{]}; \quad (1.19)$$

J_{Mo} – momentul de inerție al fusului maneton, redus la axa de rotație:

$$\begin{aligned} J_{Mo} &= J_M + m_M R^2 = \frac{\pi}{32} \cdot (d_M^4 - d_{Mi}^4) \cdot l_M \rho + \frac{\pi}{4} \cdot (d_M^2 - d_{Mi}^2) \cdot l_M \rho R^2 = \\ &= \frac{\pi}{32} \cdot (d_M^2 - d_{Mi}^2) \cdot l_M \rho \cdot (d_M^2 + d_{Mi}^2 + 8R^2) \text{ [Nms}^2\text{]} \end{aligned} \quad (1.20)$$

și J_{bo} – momentul de inerție al brațului, redus la axa de rotație:

$$J_{bo} = I_b + m_{br} \cdot r_{br}^2 \text{ [Nms}^2\text{]}. \quad (1.21)$$

În relațiile (1.19) și (1.20), ρ reprezintă densitatea materialului de fabricație al arborelui cotit. În relația (1.21), pentru determinarea valorilor J_b , m_{br} și r_{br} vor fi utilizate relațiile din tabelul 3.1, inclus în tema 3 („*For ele care acționează în mecanismul motor*”), momentul de inerție polar I_b fiind notat cu I_{px} , iar r_{br} cu r_G . În cazul configurațiilor complicate ale brațului, va fi utilizată metoda grafică prezentată în cadrul aceleiași teme.

Pentru calculul momentului de inerție redus J_{mo} , se are în vedere faptul că masele în mișcare aferente cotului sunt masa bielei aferentă manetonului m_{bm} și o fracțiune m_c din masa pieselor cu mișcare de translație m_{it} . Aceasta din urmă se determină din condiția egalității energiilor cinetice:

$$\frac{m_{it} v_p^2}{2} = \frac{m_c w_M^2}{2}. \quad (1.22)$$

Substituind pe v_p din relația (2.9') din tema 2 („*Cinematica pistoanelor și bielor*”) și observând că $w_M = R\omega$, rezultă:

$$m_c = m_{it} \left(\sin \alpha + \frac{\lambda_d}{2} \sin 2\alpha \right)^2 \text{ [kg]}. \quad (1.23)$$

Întrucât masa echivalentă m_c este variabilă cu α , se determină o valoare medie:

$$\overline{m_c} = \frac{m_{it}}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \left(\sin \alpha + \frac{\lambda_d}{2} \sin 2\alpha \right)^2 d\alpha = 0,5 \cdot m_{it} \cdot \left(1 + \frac{\lambda_d^2}{4} \right) \cong 0,5 \cdot m_{it} \text{ [kg]}, \quad (1.24)$$

unde s-a neglijat termenul $(\lambda_d^2/4)$ față de unitate. Ca urmare, momentul de inerție al maselor în mișcare, redus la axa de rotație a arborelui cotit este

$$J_{mo} = z \cdot (m_{bm} + 0,5 \cdot m_{it}) \cdot R^2 \text{ [Nms}^2\text{]}, \quad (1.25)$$

cu z fiind notat numărul de biele articulate alături de același maneton ($z=1$ la motoarele în linie și $z=2$ la motoarele în V, cu biele alăturate). Pentru motoarele cu mecanism motor cu bielă principală și bielă secundară, acest moment de inerție este dat de relația:

$$J_{mo} = \left(m_{bm} + 0,5 \cdot m_{it} + \frac{z'}{2} \cdot m'_{it} \right) \cdot R^2 \text{ [Nms}^2\text{]}, \quad (1.25')$$

unde m_{bm} este masa aferentă mișcării de rotație a bielei principale, împreună cu biețele secundare, m_{it} (m'_{it}) – masa pieselor cu mișcare de translație din ambielajul principal (secundar) și z' – numărul de biele secundare articulate de biela principală.

I.2. DETERMINAREA PULSAȚIILOR PROPRII ȘI A AMPLITUDINILOR VIBRAȚIILOR LIBERE ALE ARBORELUI COTIT

I.2.1. Generalități

Vibrațiile se numesc libere atunci când sistemul oscilant, după ce a primit inițial un lucru mecanic de deformare, nu mai efectuează schimb de energie cu mediul exterior. Sistemul oscilant cel mai simplu este alcătuit dintr-un disc (fig.1.8) de diametru D și masă m , cu momentul de inerție mecanic J , fixat pe un arbore drept, de lungime l , diametru d și rigiditate k , încastrat la capătul opus discului. Dacă se aplică discului un moment de răsucire M_t , se produce o deformare unghiulară φ a arborelui, astfel încât:

$$M_t = k \cdot \varphi \text{ [Nm]}. \quad (I.26)$$

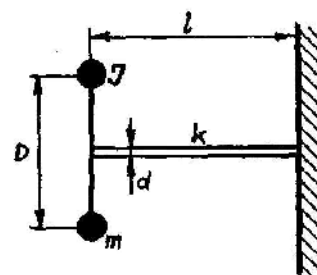


Fig.1.8

Datorită elasticității proprii, în arbore se naște o reacțiune egală și de semn contrar lui M_t , numită momentul forței elastice M_E :

$$M_E = -M_t = -k \cdot \varphi \text{ [Nm]}. \quad (I.27)$$

Ecuatia diferențială a mișcării libere a discului va fi

$$J \cdot \frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} - M_E = 0 \quad (I.28)$$

sau

$$\ddot{\varphi} + \omega_o^2 \cdot \varphi = 0, \quad (I.29)$$

unde ω_o reprezintă **pulsația proprie** a sistemului oscilant, definită de relația

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{J}} \text{ [s}^{-1}\text{]}. \quad (I.30)$$

Soluția generală a ecuației diferențiale (I.29) este de forma

$$\varphi = \Phi \cdot \sin(\omega_o \tau + \theta) \text{ [rad]}, \quad (I.31)$$

unde φ este elongația mișcării periodice de torsiune (deformația unghiulară), Φ – amplitudinea mișcării, τ – timpul și θ – faza inițială.

Perioada și **frecvența proprie** ale vibrației se definesc cu ajutorul relațiilor:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_o} \text{ [s]}; \quad (I.32)$$

$$n_o = \frac{1}{T} \cong 0,159 \cdot \omega_o \text{ [s}^{-1}\text{]}. \quad (I.33)$$

Pentru sistemul oscilant din figura 1.8, momentul de inerție mecanic J și rigiditatea k sunt definite de relațiile:

$$J = \frac{m \cdot D^2}{8} \text{ [Nms}^2\text{]}; \quad (I.34)$$

$$k = \frac{\pi}{32} \cdot G \cdot \frac{d^4}{l} \text{ [Nm]}, \quad (I.35)$$

de unde rezultă relația care evidențiază principalii factori de care depinde frecvența proprie a sistemului oscilant analizat:

$$n_o = 8,46 \cdot \sqrt{\frac{Gd^4}{mID^2}} \text{ [osc/min]}, \quad (1.36)$$

G reprezentând modulul transversal de elasticitate, în Pa și m – masa discului, în kg.

I.2.2. Arborele cu 2 volanți

În cazul unui motor monocilindric (fig.1.9.a), arborele echivalent este alcătuit din două discuri cu momentele de inerție mecanică J_1 și J_2 , amplasate la extremitățile unui arbore de rigiditate k (fig.1.9.b). Spre deosebire de sistemul oscilant precedent, arborele echivalent din figura 1.9.b este liber la capete și se rotește în rezeme. Dacă φ_1 și φ_2 sunt deformațiile unghiulare corespunzătoare celor două discuri, deformația unghiulară totală va fi egală cu diferența ($\varphi_2 - \varphi_1$), astfel încât pentru fiecare disc să se poată scrie ecuația sa de mișcare în raport cu celălalt disc. Se obține astfel sistemul de ecuații diferențiale:

$$\begin{cases} J_1 \cdot \frac{d^2 \varphi_1}{d\tau^2} = k \cdot (\varphi_2 - \varphi_1); \\ J_2 \cdot \frac{d^2 \varphi_2}{d\tau^2} = k \cdot (\varphi_1 - \varphi_2), \end{cases} \quad (1.37)$$

cu soluția generală:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \Phi_1 \cdot \sin(\omega_o \tau + \theta); \\ \varphi_2 = \Phi_2 \cdot \sin(\omega_o \tau + \theta). \end{cases} \quad (1.38)$$

Se obține astfel sistemul ecuațiilor caracteristice:

$$\begin{cases} (k - J_1 \omega_o^2) \cdot \Phi_1 - k \cdot \Phi_2 = 0; \\ k \cdot \Phi_1 - (k - J_2 \omega_o^2) \cdot \Phi_2 = 0. \end{cases} \quad (1.39)$$

Acest sistem fiind omogen, el este compatibil dacă determinantul format din coeficienții necunoscutelor Φ_1 și Φ_2 este nul:

$$\begin{vmatrix} k - J_1 \omega_o^2 & -k \\ k & -(k - J_2 \omega_o^2) \end{vmatrix} = 0. \quad (1.40)$$

Din această condiție, se obține pulsația proprie a sistemului (soluția $\omega_o = 0$ s-a eliminat, deoarece ea corespunde mișcării sistemului caracteristic unui rigid care nu vibrează):

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k \cdot (J_1 + J_2)}{J_1 J_2}} \text{ [s}^{-1}\text{]}. \quad (1.41)$$

Din sistemul de ecuații (1.39) se obține ecuația amplitudinii:

$$\Phi_2 = \Phi_1 \cdot \left(1 - \frac{J_1 \cdot \omega_o^2}{k} \right) \text{ [rad]}, \quad (1.42)$$

iar din relația (1.36) se obține expresia frecvenței proprii a sistemului:

$$n_o = 9,55 \cdot \omega_o \text{ [osc/min]}. \quad (1.43)$$

Întrucât sistemul (1.39) este omogen, valoarea absolută a amplitudinii rămâne nedeterminată și, ca urmare, una dintre necunoscute se alege arbitrar (de regulă, se consideră $\Phi_1 = 1$), rezultând mărimea relativă a celeilalte. Din expresia (1.42) se vede că amplitudinea Φ_2 este de semn schimbat față de Φ_1 , adică cele două discuri vibrează în sensuri opuse, ceea ce înseamnă că există o secțiune O a arborelui (fig.1.9.c), care se află în repaus. Dacă se presupune

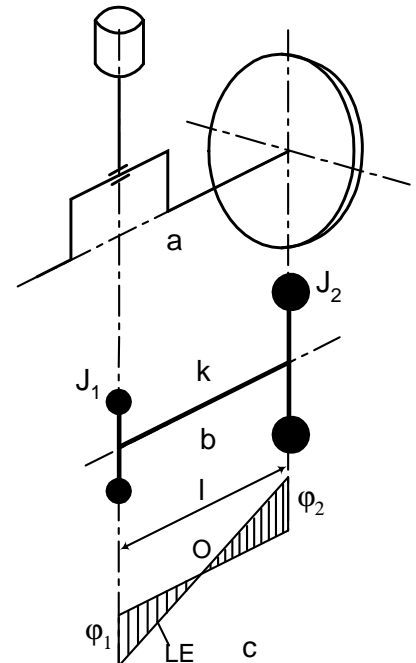


Fig.1.9

că amplitudinile diferitelor secțiuni ale arborelui variază liniar cu lungimea, se obține o reprezentare grafică (fig.I.9.c), în care dreapta LE se numește **linie elastică** a arborelui, iar secțiunea O se numește **nod**. Deci, la un arbore echivalent cu două discuri, linia elastică are un singur nod.

I.2.3. Arborele cu 3 volanți

Sistemul oscilant convențional cel mai răspândit este alcătuit dintr-un arbore drept, cu 3 discuri (fig.I.10.a), deoarece ecuația pulsației proprii se rezolvă încă ușor. Dacă se notează cu φ_1 , φ_2 și φ_3 deformațiile arborelui din dreptul discurilor respective, se pot scrie relațiile momentelor forțelor elastice, pentru fiecare porțiune din arbore:

$$M_{E1,2} = k_{1,2} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \text{ [Nm]}; \quad (I.44)$$

$$M_{E2,3} = k_{2,3} \cdot (\varphi_2 - \varphi_3) \text{ [Nm]}. \quad (I.45)$$

Analog cazului precedent, se scriu ecuațiile diferențiale ale mișcării libere a celor trei discuri:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 + k_{1,2}(\varphi_1 - \varphi_2) = 0; \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - k_{1,2}(\varphi_1 - \varphi_2) + k_{2,3}(\varphi_2 - \varphi_3) = 0; \\ J_3 \ddot{\varphi}_3 - k_{2,3}(\varphi_2 - \varphi_3) = 0. \end{cases} \quad (I.46)$$

cu soluțiile generale:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \Phi_1 \cdot \sin(\omega_o \tau + \theta); \\ \varphi_2 = \Phi_2 \cdot \sin(\omega_o \tau + \theta); \\ \varphi_3 = \Phi_3 \cdot \sin(\omega_o \tau + \theta). \end{cases} \quad (I.47)$$

Substituind aceste soluții în expresiile (I.46), rezultă sistemul ecuațiilor caracteristice, corespunzător sistemului echivalent cu 3 discuri (fig.I.10.a):

$$\begin{cases} (k_{1,2} - J_1 \omega_o^2) \cdot \Phi_1 - k_{1,2} \cdot \Phi_2 = 0; \\ -k_{1,2} \cdot \Phi_1 + (k_{1,2} + k_{2,3} - J_2 \omega_o^2) \cdot \Phi_2 - k_{2,3} \cdot \Phi_3 = 0; \\ -k_{2,3} \cdot \Phi_2 + (k_{2,3} - J_3 \omega_o^2) \cdot \Phi_3 = 0. \end{cases} \quad (I.48)$$

Din condiția de compatibilitate:

$$\begin{vmatrix} k_{1,2} - J_1 \omega_o^2 & -k_{1,2} & 0 \\ -k_{1,2} & k_{1,2} + k_{2,3} - J_2 \omega_o^2 & -k_{2,3} \\ 0 & -k_{2,3} & k_{2,3} - J_3 \omega_o^2 \end{vmatrix} = 0, \quad (I.49)$$

rezultă ecuația pulsației proprii (soluția $\omega_o=0$ s-a eliminat, din motivele precizate în cazul precedent):

$$\frac{J_1 J_2 J_3}{k_{1,2} k_{2,3}} \cdot \omega_o^4 - \left(\frac{J_1 J_2 + J_1 J_3}{k_{1,2}} + \frac{J_3 J_1 + J_3 J_2}{k_{2,3}} \right) \cdot \omega_o^2 + (J_1 + J_2 + J_3) = 0. \quad (I.50)$$

Această ecuație poate fi scrisă sub forma simplificată:

$$\omega_o^4 - p \cdot \omega_o^2 + q = 0, \quad (I.50')$$

unde coeficienții p și q sunt de forma:

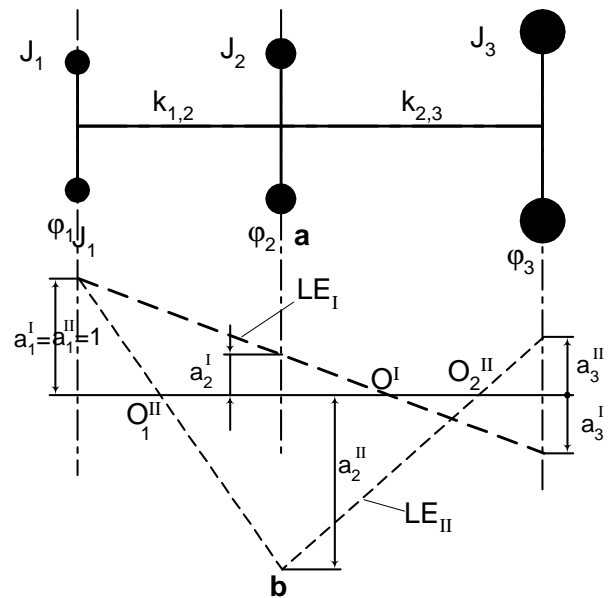


Fig.I.10

$$p = k_{2,3} \cdot \frac{J_2 + J_3}{J_2 J_3} + k_{1,2} \cdot \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}; \quad (1.51)$$

$$q = \frac{J_1 + J_2 + J_3}{J_1 J_2 J_3} \cdot k_{1,2} \cdot k_{2,3}. \quad (1.52)$$

Ecuția (1.50), respectiv (1.50'), fiind bipătrată în ω_o , va avea două rădăcini pozitive ω_{oI} și ω_{oII} , numite **pulsația proprie de ordinul I** (valoarea cea mai mică) și, respectiv, **pulsația proprie de ordinul II**. Lor le corespund cele două linii de oscilație ale arborelui cotit (modurile de oscilație): linia LE_I , cu un nod și linia LE_{II} , cu două noduri (fig.1.10.b).

Amplitudinile se determină alegând o valoare de referință, de obicei $\Phi_1=1$; atunci amplitudinile relative sunt definite de relațiile:

$$\begin{cases} a_1 = \Phi_1 / \Phi_1 = 1; \\ a_2 = \Phi_2 / \Phi_1; \\ a_3 = \Phi_3 / \Phi_1, \end{cases} \quad (1.53)$$

valorile lor putând fi determinate cu ajutorul expresiilor

$$a_{2\gamma} = 1 - \frac{J_1}{k_{1,2}} \cdot \omega_{o\gamma}^2; \quad (1.54)$$

$$a_{3\gamma} = \frac{1 - \frac{J_1}{k_{1,2}} \cdot \omega_{o\gamma}^2}{1 - \frac{J_3}{k_{2,3}} \cdot \omega_{o\gamma}^2} = \frac{a_{2\gamma}}{1 - \frac{J_3}{k_{2,3}} \cdot \omega_{o\gamma}^2}, \quad (1.55)$$

obținute din prima și ultima ecuație a sistemului (1.48), în raport cu Φ_1 . În cele două expresii, prin indicele γ s-a notat gradul vibrației. Din relațiile (1.50, 1.51 și 1.52), rezultă și pulsațiile proprii:

$$\omega_{o\gamma} = \sqrt{0,5 \cdot p \pm \sqrt{0,25 \cdot p^2 - q}} \text{ [s}^{-1}\text{]}. \quad (1.56)$$

La rândul lor, frecvențele proprii ale sistemului se determină similar relației (1.43):

$$n_{o\gamma} = 9,55 \cdot \omega_{o\gamma} \text{ [osc/min]}. \quad (1.57)$$

1.2.4. Arborele cu ζ volanți

Dacă arborele echivalent cuprinde ζ discuri (fig.1.11), ecuația bipătrată pentru pulsația proprie este de gradul $2 \cdot (\zeta - 1)$ și are $(\zeta - 1)$ rădăcini pozitive. Pentru rezolvarea ei, s-au dezvoltat mai multe metode de calcul, cea mai utilizată fiind metoda resturilor.

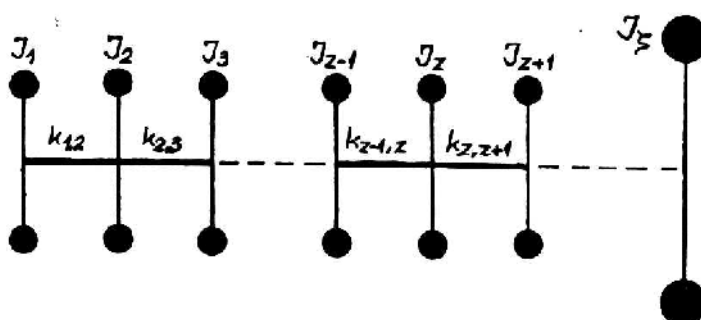


Fig.1.11

În cadrul acestei metode, se consideră că arborele echivalent cu ζ discuri este descompus în $(\zeta - 1)$ trepte, fiecare treaptă fiind alcătuită dintr-un disc z (cu un moment de inerție mecanică J_z) și un element elastic $(z, z+1)$, adiacent discului, de rigiditate $k_{z,z+1}$. Se aplică fiecărei trepte relațiile

de echilibru pentru momente și deplasări unghiulare, parcurgând arborele echivalent de la un capăt la altul, dinspre partea frontală spre volant.

Se alege inițial o valoare arbitrară ω_x pentru pulsația proprie. Dacă ω_x este chiar pulsația proprie, momentul resultant la partea posterioară (volant) este nul, deoarece, fiecare treaptă fiind în echilibru, sistemul în ansamblu trebuie să fie în echilibru. Dacă momentul resultant nu este nul, el se numește **moment rezidual** sau **restul** R , iar valoarea ω_x nu reprezintă pulsația proprie. Se reia calculul cu noi valori ω_x , până când se obține $R \approx 0$. În acest caz, ultima pulsație luată în considerație este chiar pulsația proprie.

Ecuția de echilibru pentru o treaptă:

$$M_{z-1,z} + J_z \cdot \ddot{\varphi}_z = M_{z,z+1} \quad (1.58)$$

arată că momentul forțelor elastice din stânga discului z ($M_{z-1,z}$ reprezintă suma tuturor momentelor forțelor elastice și al forțelor de inerție, care acționează de la partea frontală până la discul z) adunat cu momentul forțelor de inerție al discului z ($J_z \ddot{\varphi}_z$) este egal cu reacțiunea elementului elastic din dreapta discului z ($M_{z,z+1}$ – momentul forțelor elastice dezvoltat de elementul de arbore dintre discurile z și $z+1$).

Se substituie deplasarea unghiulară φ din (1.31) în relația (1.27) și se obține momentul forțelor elastice:

$$M_{z-1,z} = -k_{z-1,z} \cdot a_z \cdot \sin(\omega_o \tau + \theta) \text{ [Nm]}, \quad (1.59)$$

în care s-a înlocuit amplitudinea deplasării unghiulare Φ cu amplitudinea relativă a .

Se definește amplitudinea momentului forțelor elastice prin produsul dintre rigiditate și amplitudine:

$$M_{z-1,z}^a = k_{z-1,z} \cdot a_z \quad (1.60)$$

și se scriu astfel momentele forțelor elastice din stânga și din dreapta discului z :

$$\begin{cases} M_{z-1,z} = M_{z-1,z}^a \cdot \sin(\omega_o \tau + \theta); \\ M_{z,z+1} = M_{z,z+1}^a \cdot \sin(\omega_o \tau + \theta). \end{cases} \quad (1.61)$$

Se calculează, din relația (1.31), accelerația deplasării unghiulare:

$$\ddot{\varphi}_z = a_z \cdot \omega_o^2 \cdot \sin(\omega_o \tau + \theta) \text{ [s}^{-2}\text{]} \quad (1.62)$$

și se substituie relațiile (1.61) și (1.62) în (1.58). După simplificări, se obține **prima ecuație fundamentală** pe care se bazează metoda resturilor:

$$M_{z,z+1}^a = M_{z-1,z}^a + J_z \cdot a_z \cdot \omega_o^2. \quad (1.63)$$

Această relație arată că momentul maxim al forțelor elastice, pentru un element ($z, z+1$) de arbore echivalent dintr-o treaptă z , echilibrează momentul maxim al tuturor forțelor elastice și de inerție ale treptelor anterioare, precum și momentul maxim al forței de inerție al discului z din treapta considerată.

Analog relației (1.60), se poate scrie

$$M_{z,z+1}^a = k_{z,z+1} \cdot a_{z,z+1}, \quad (1.64)$$

unde:

$$a_{z,z+1} = a_z - a_{z+1} \quad (1.65)$$

reprezintă condiția ca amplitudinea deplasării unghiulare (deplasarea unghiulară maximă) a elementului ($z, z+1$) de arbore echivalent să fie egală cu diferența dintre deplasările unghiulare maxime ale secțiunilor extreme (diferența dintre amplitudinile deplasărilor unghiulare ale discurilor z și $z+1$). Se substituie (1.65) în relația (1.64) și se obține **a doua ecuație fundamentală** a metodei:

$$a_{z+1} = a_z - \frac{M_{z,z+1}^a}{k_{z,z+1}}, \quad (1.66)$$

care leagă amplitudinile deplasărilor unghiulare ale unei trepte de momentul forțelor elastice și de rigiditatea treptei.

Însumarea amplitudinilor momentelor și a deplasărilor unghiulare în lungul arborelui echivalent, până la ultima treaptă, se simplifică dacă se organizează calculele într-o tabelă, numită

tabela lui Holzer. Tabela cuprinde 7 coloane (tab.I.3), iar fiecare rând are două diviziuni: o linie superioară și alta inferioară.

În prima coloană, în linia superioară, se trece numărul de ordine al volantului, până la discul ζ . În ultima coloană, linia inferioară, se trece numărul de ordine al elementului elastic dintre discuri. Coloanele a 2-a și a 5-a se completează inițial cu momentele de inerție mecanice (col. a 2-a, linia sup.) și, respectiv, cu inversul constantei elastice, cu semn schimbat (col. a 5-a, linia inf.). Coloana a 4-a reprezintă momentul forțelor de inerție ale discului, divizat prin amplitudinea deplasării unghiulare și, de asemenea, se completează inițial. Coloanele a 3-a și a 6-a cuprind amplitudinile relative ale deplasărilor unghiulare (col. a 3-a) și, respectiv, amplitudinile momentelor rezultante care lucrează într-un element elastic (col. a 6-a) și se completează după efectuarea calculelor.

Tabelul I.3

Nr. disc	J_z [Nms ²]	a_z [-]	$J_z \omega_z^2$ [Nm]	$-\frac{1}{k_{z,z+1}}$ [1/Nm]	$M_{z,z+1}^a$ [Nm]	Nr. elem. elastic
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
1	J_1	$\oplus a_1 = 1$	$\otimes J_1 \omega_x^2$	$\Rightarrow -\frac{1}{k_{1,2}}$	$\downarrow J_1 \omega_x^2$	
		$\ominus -\frac{J_1 \omega_x^2}{k_{1,2}}$	\Leftarrow	$\otimes -\frac{1}{k_{1,2}}$	$\downarrow M_{1,2}^a = J_1 \omega_x^2$	1-2
2	J_2	$\downarrow a_2 = 1 - \frac{J_1 \omega_x^2}{k_{1,2}}$	$\otimes J_2 \omega_x^2$	\Rightarrow	$\oplus J_2 \omega_x^2 \left(1 - \frac{J_1 \omega_x^2}{k_{1,2}} \right)$	
		\oplus	\Leftarrow	$\otimes -\frac{1}{k_{2,3}}$	$\downarrow M_{2,3}^a = J_1 \omega_x^2 + J_2 \omega_x^2 \left(1 - \frac{J_1 \omega_x^2}{k_{1,2}} \right)$	2-3
		\downarrow	[col.5]×[col.6]			
		$a_3 = \dots$				
	J_ζ	$a_\zeta = \dots$	$\otimes J_\zeta \omega_x^2$	\Rightarrow	\downarrow	
					[col.3]×[col.4]	
					$R = \sum_{z=1}^{z=\zeta-1} M_{z,z+1}^a$	

Se alege inițial o pulsație ω_x , apropiată de valoarea estimată pentru pulsația proprie, pentru a reduce numărul de încercări. În acest scop, ω_x se poate determina inițial cu un arbore echivalent cu 2 sau 3 discuri. Prima treaptă de calcul fiind situată în partea frontală a arborelui echivalent, amplitudinea discului 1 se alege egală cu unitatea ($a_1 = 1$) și se trece în coloana a treia, în prima linie superioară.

Se calculează în continuare tabela lui Holzer, parcurgând fiecare linie superioară de la stânga la dreapta (aplicând rel. I.63) și fiecare linie inferioară de la dreapta la stânga (aplicând rel. I.66). Astfel, se parcurge prima linie superioară de la stânga spre dreapta, efectuând produsul dintre coloanele a 3-a și a 4-a și transcriind rezultatul în coloana a 6-a. Pentru prima treaptă, este evident faptul că momentul forțelor elastice din stânga discului 1 este nul ($M_{z-1,z}^a = 0$), iar relația

(I.63) se reduce la $M_{1,2}^a = J_1 \cdot \omega_x^2$. Se transferă rezultatul din linia superioară în linia inferioară a coloanei a 6-a, când se calculează prima treaptă. Pentru celelalte trepte, pe linia inferioară din această coloană se înscrie valoarea de pe linia superioară însumată algebric cu valoarea din linia inferioară a treptei precedente, ceea ce rezultă din aplicarea relației (I.63). Parcurgerea liniei

inferioare de la dreapta la stânga se realizează efectuând produsul dintre coloanele a 5-a și a 6-a și înscriind rezultatul în coloana a 3-a. În această coloană se adună algebric linia superioară și linia inferioară (conform relației I.66) și se obține astfel amplitudinea discului 2, care se scrie în linia superioară a acestui disc.

Calculul se reia după aceleași reguli și se obține de fiecare dată, în coloana a 6-a, linia inferioară, amplitudinea relativă a deplasării unghiulare. Se completează tabela până la discul ζ , linia superioară; linia inferioară pentru discul ζ nu are semnificație. Ultima valoare din coloana a 6-a reprezintă momentul rezidual sau restul R , care, de obicei, este diferit de zero. Calculul se repetă prin încercări succesive, căutându-se obținerea, în final, a unei valori reziduale cât mai mici a sumei momentelor forțelor de inerție, corespunzătoare volantului care vibrează.

Pentru a micșora numărul de iterații, se fac următoarele observații în legătură cu valorile sumei momentelor forțelor de inerție: dacă $\omega_x = 0$, sistemul oscilant este în repaus, iar forțele de inerție și, implicit, suma momentelor acestor forțe sunt nule. Pe măsură ce pulsația crește, momentele forțelor de inerție iau valori finite, iar suma lor este o cantitate pozitivă. Această situație este valabilă până ce valoarea lui ω_x se apropie de cea a primei pulsații proprii a sistemului oscilant ω_{0I} , când valoarea sumei momentelor forțelor de inerție tinde spre zero. În consecință, curba de variație a valorii R în funcție de ω_x capătă alura prezentată în figura I.12.

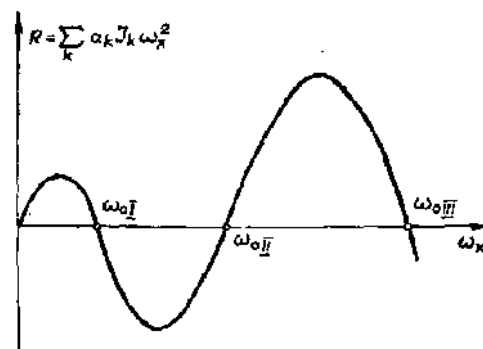


Fig.I.12

Dacă se urmărește determinarea valorii pulsației proprii de ordinul I (sau, în general, a unei pulsații de ordin impar), o valoare pozitivă a momentului rezidual indică necesitatea de a mări valoarea pulsației ω_x cu care se face următoarea iterație. Invers, dacă momentul rezidual este negativ, este necesar să se adopte o nouă valoare ω_x mai mică decât precedenta. Pentru determinarea pulsației proprii de ordinul II (a pulsațiilor proprii de ordin par, în general), situația se prezintă invers: o valoare pozitivă a momentului rezidual reclamă micșorarea valorii ω_x , iar o valoare negativă a acesteia necesită creșterea valorii ω_x , cu care se efectuează următoarea iterație.

După ce, prin încercări succesive, s-a încadrat valoarea pulsației ω_x între două valori pentru care momentul rezidual are semne diferite, valoarea pulsației pentru iterația următoare se poate determina prin interpolare liniară între cele două valori ω_x . Procedul iterativ se încheie în momentul în care, între două interpolări succesive, variația pulsației proprii variază cu mai puțin de 1%.

Acest algoritm de calcul este ușor programabil și prezintă avantajul, în raport cu alte metode de calcul, că permite determinarea amplitudinilor relative ale vibrațiilor volantilor care alcătuiesc sistemul oscilant echivalent (coloana a 6-a a tablei).

La motoarele policilindrice, întrucât cilindrii sunt identici, arborele echivalent are mai multe momente de inerție J și mai multe constante elastice k , de valori egale. În acest caz, este comod să se simplifice tabela lui Holzer, definind un arbore unitar echivalent care se obține împărțind pe $J_1, J_2, \dots, k_{1,2}, k_{2,3}, \dots$ cu valorile J și k cele mai frecvente. Dacă ω_{on} este pulsația sistemului unitar, atunci există relația

$$\omega_o^2 = \frac{\omega_{on}^2 \cdot k}{J} \quad (I.67)$$

Pulsația proprie de gradul doi este mai mare decât cea de ordinul întâi. Prima aproximată pentru pulsația proprie de ordinul doi se poate calcula cu relația

$$\omega_{on}^2 = \frac{22}{i^2}, \quad (I.68)$$

unde i este numărul de cilindri. Pulsațiile de grad superior sunt mai puțin interesante.

I.3. DETERMINAREA MOMENTELOR PERIODICE EXCITATOARE. CALCULUL OSCILAȚIILOR AMORTIZATE (LIBERE ȘI FORȚATE) ALE ARBORELUI COTIT

I.3.1. Analiza armonică a excitației

Momentele produse de forța de presiune a gazelor F_p și de forța de inerție a maselor cu mișcare de translație F_{it} sunt mărimi variabile cu unghiul de rotație α . Întrucât ele variază periodic, pot fi exprimate analitic prin intermediul seriilor Fourier. Descompunerea curbelor de moment în serii Fourier poartă numele de **analiză armonică a excitației**. Întrucât, la modificarea turației, momentul M_p variază diferit față de M_{it} , este convenabil ca descompunerea în serie Fourier să se facă independent, urmând apoi să se însumeze componentele armonicilor de același ordin.

În conformitate cu interpretările vectoriale ale forțelor și momentelor de dezechilibru efectuate în cadrul temei 6, expresia generală a dezvoltării în serie a momentului produs de forța de presiune a gazelor este

$$M_p = M_{pm} + \sum_{v=1}^{\infty} M_{pv} \cdot \sin(v\omega_0\tau + \theta_v), \quad (I.69)$$

în care v este ordinul armonicii; M_{pv} – amplitudinea armonicii de ordinul v ; θ_v – diferența de fază și M_{pm} – momentul motor mediu produs de forța de presiune. În unele lucrări, se furnizează datele necesare calculelor coeficienților M_{pv} și θ_v , plecând de la ipoteza că diagrama indicată a ciclului este reproductibilă, la motoare asemenea. Ca urmare, exprimând amplitudinea M_{pv} sub forma

$$M_{pv} = \frac{\pi D^2}{4} \cdot R D_v, \quad (I.70)$$

în care D este alezajul și R – raza manivelei. Coeficienții D_v și θ_v au fost calculați în funcție de presiunea medie indicată reală. În nomogramele din figurile I.13 și I.14 sunt prezentate rezultatele acestor calcule pentru m.a.c.-uri cu admisie naturală (fig.I.13) și, respectiv, pentru m.a.c.-uri supraalimentate (fig.I.14).

Se înțelege însă că utilizarea acestor nomograme trebuie făcută cu prudență, dată fiind diversitatea legilor de variație a presiunii. Acest mod de determinare este utilizat numai în cazul calculelor preliminare. O metodă mai exactă se bazează pe interpretarea vectorială a momentelor de rulu produs de forța F_p , metodă conform căreia momentul produs este dat de relația

$$M_p = R \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot p_T, \quad (I.71)$$

unde:

$$p_T = (p - p_{cart}) \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta} \quad (I.72)$$

este presiunea tangențială echivalentă presiunii gazelor din cilindru. Fiind o mărime periodică, ea poate fi exprimată sub forma unei serii trigonometrice:

$$p_T = A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} (A_v \cos v\alpha + B_v \sin v\alpha), \quad (I.73)$$

în care coeficienții termenilor armonici sunt precizați de relațiile lui Fourier:

$$\begin{cases} A_o = \frac{1}{\tau\pi} \int_0^{\tau\pi} p_T(\alpha) \cdot d\alpha; \\ A_v = \frac{2}{\tau\pi} \int_0^{\tau\pi} p_T(\alpha) \cdot \cos v\alpha \cdot d\alpha; \\ B_v = \frac{2}{\tau\pi} \int_0^{\tau\pi} p_T(\alpha) \cdot \sin v\alpha \cdot d\alpha. \end{cases} \quad (1.74)$$

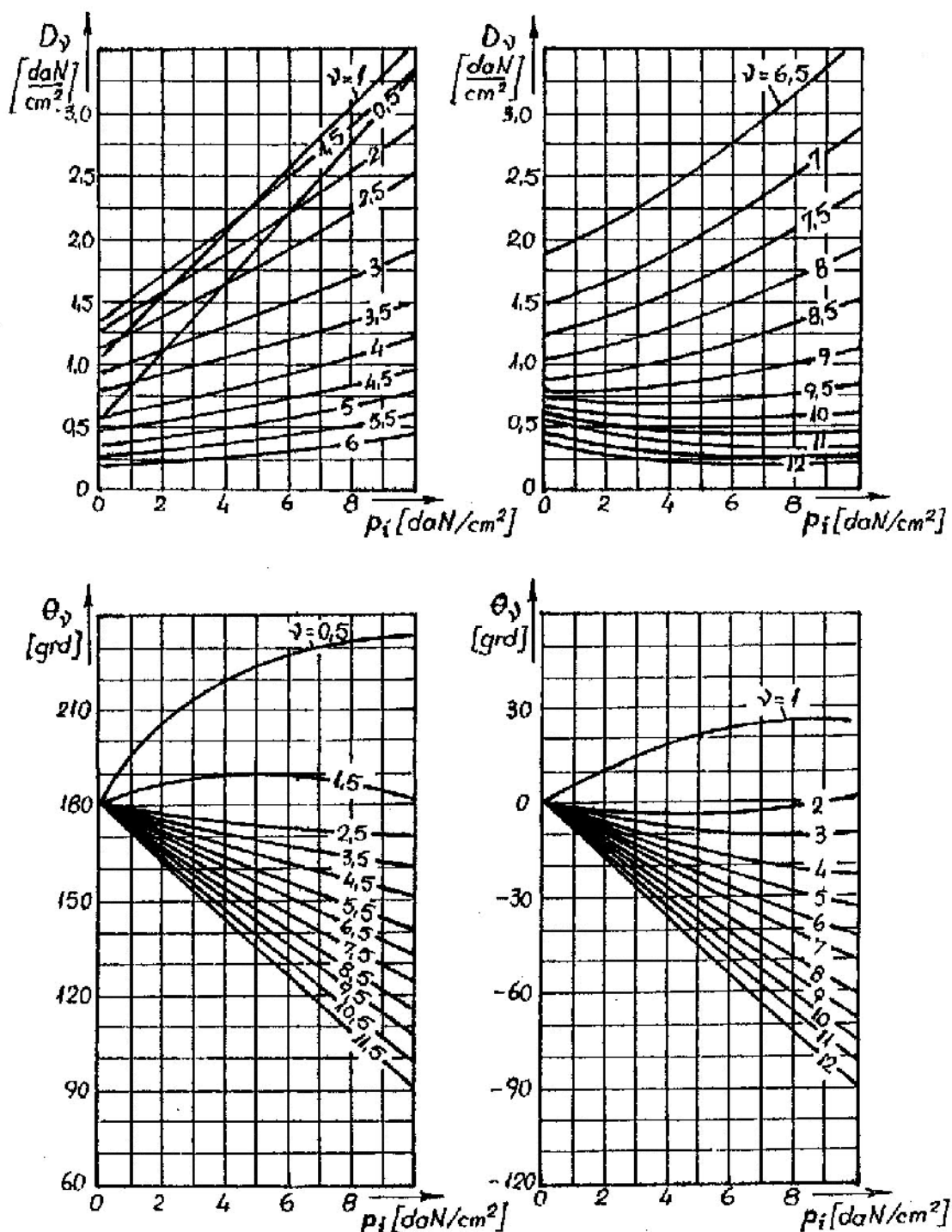


Fig.I.13

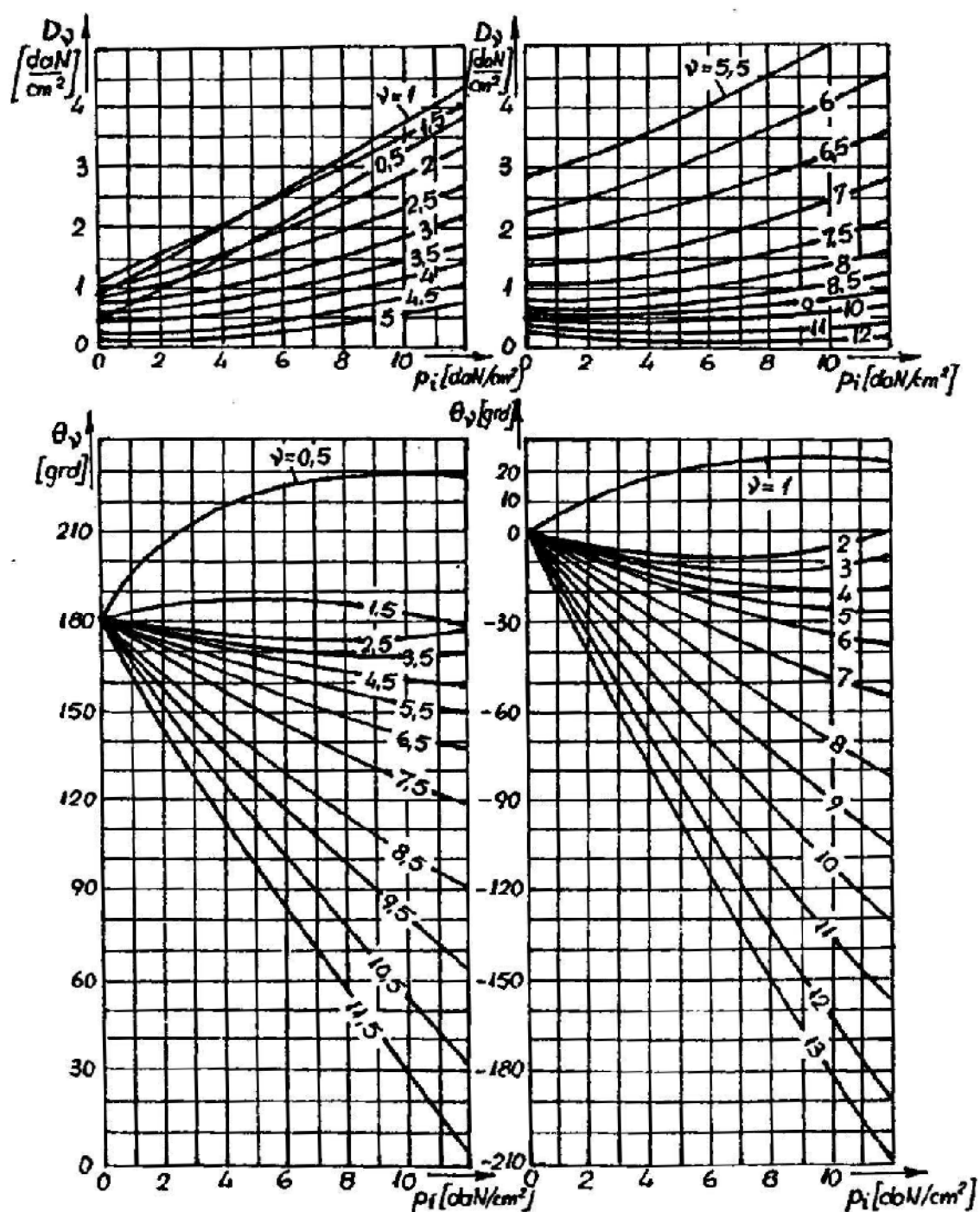


Fig.I.14

Expresia (I.73) mai poate fi scrisă sub forma

$$p_T = A_0 + \sum_{v=1}^{\infty} C_v \cdot \cos(\nu\alpha - \theta_v), \quad (I.75)$$

unde:

$$\begin{cases} C_v = \sqrt{A_v^2 + B_v^2}; \\ \theta_v = \arctg\left(\frac{B_v}{A_v}\right). \end{cases} \quad (I.76)$$

Conform metodologiei prezentate în tema 6, în calculele analitice, coeficienții termenilor armonici se determină cu relațiile:

$$\begin{cases} A_o = \frac{\Delta\alpha}{180\tau} \sum_{j=1}^N \overline{p_{Tj}}; \\ A_v = \frac{\Delta\alpha}{90\tau} \sum_{j=1}^N \overline{p_{Tj}} \cdot \cos(vj\Delta\alpha); \\ B_v = \frac{\Delta\alpha}{90\tau} \sum_{j=1}^N \overline{p_{Tj}} \sin(vj\Delta\alpha), \end{cases} \quad (1.77)$$

unde $\Delta\alpha$ reprezintă mărimea fiecăruia dintre cele N intervale egale stabilite pentru perioada funcției $p_T=f(\alpha)$ și $\overline{p_{Tj}}$ – valoarea medie a presiunii tangențiale în intervalul considerat.

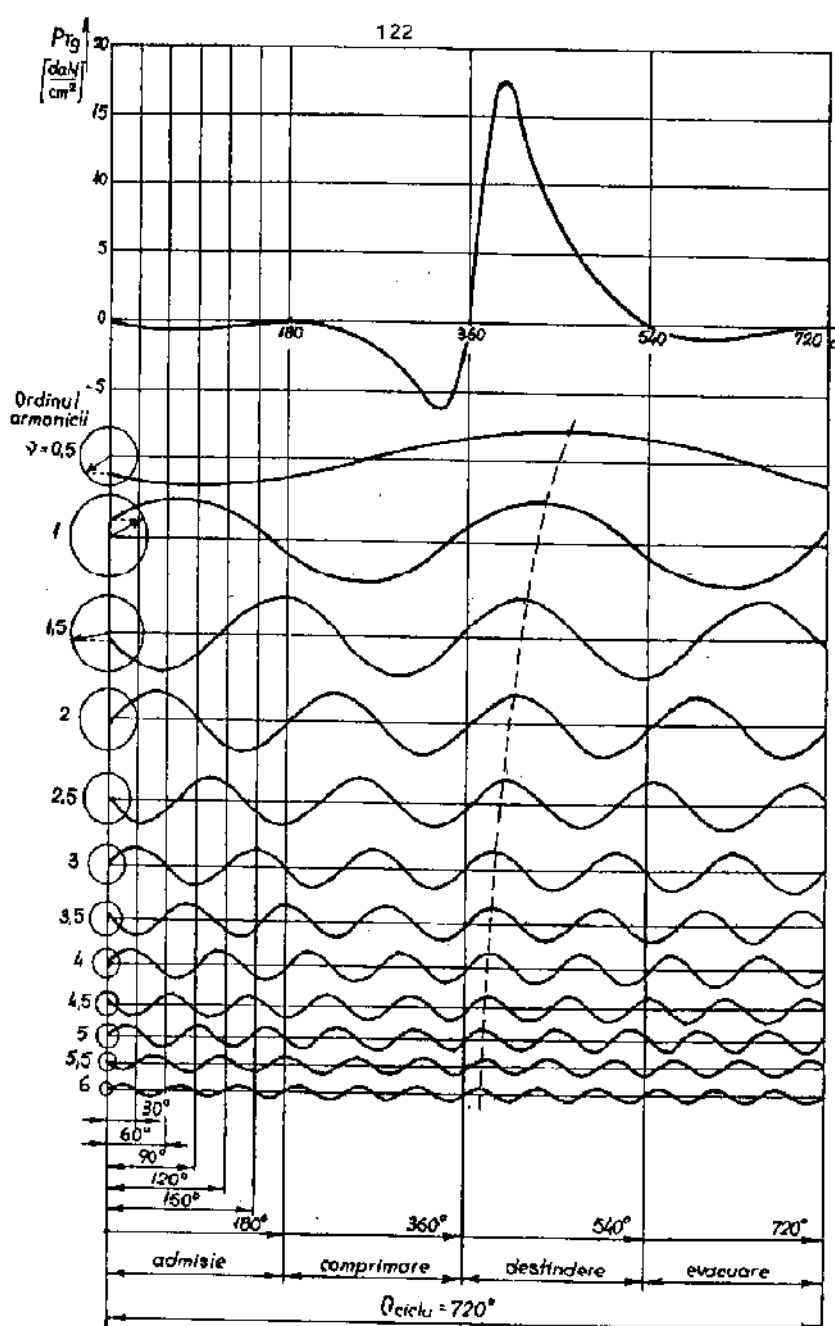


Fig.1.15

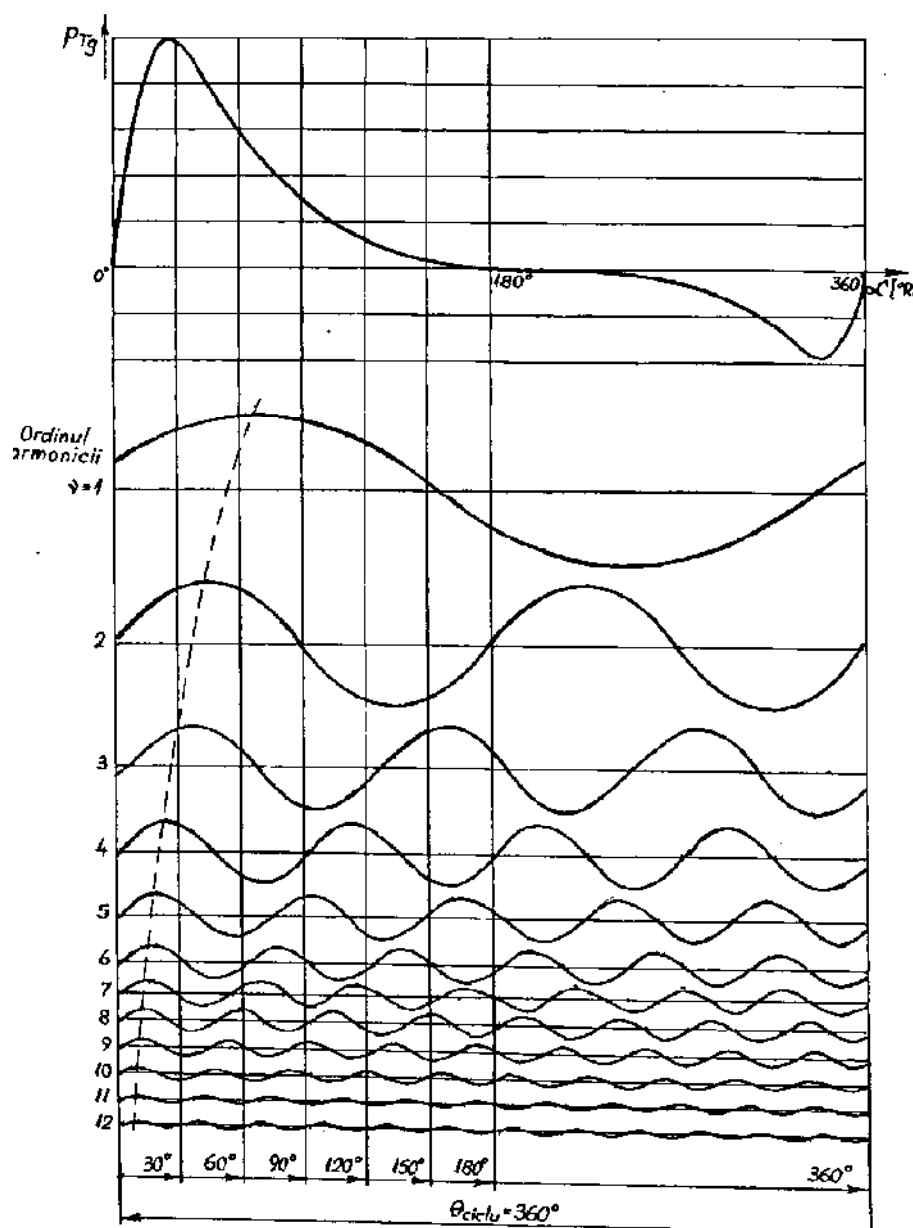


Fig.I.16

Prin urmare, componenta de ordinul v a momentului produs de for a de presiune va fi

$$M_{pv} = \frac{\pi D^2}{4} \cdot RC_v \cdot \cos(v\alpha - \theta_v) = M_{pv}^a \cdot \cos(v\alpha - \theta_v). \quad (I.78)$$

Valoarea absolută a coeficienților seriei (I.75) descrește odată cu creșterea ordinului armonicii; ca urmare, evaluările practice se vor limita la un număr finit de termeni în seria ce exprimă variația presiunii p_T . De regulă, ordinul maxim al armonicilor care sunt reținute în seria trigonometrică (I.75) se limitează la 12 (foarte rar, la 17). Modul în care descreșc amplitudinile componente ale presiunii tangențiale p_T este ilustrat în figurile I.15 și I.16, în care sunt reprezentate alurile curbelor de variație ale presiunilor tangențiale pentru un motor în 4 timpi (fig.I.15) și, respectiv, pentru un motor în 2 timpi (fig.I.16).

Deoarece, la motoarele în 4 timpi, perioada de variație a presiunii este $\Phi_c = 4\pi$, rezultă că frecvența acestor variații este egală cu jumătate din frecvența de rotație a arborelui cotit. Adoptând ca unitate de frecvență, frecvența de rotație a arborelui cotit, la motoarele în 4 timpi, ordinele armonice ale termenilor seriilor (I.73) și (I.75) vor avea atât valori întregi 1,2,3,..., cât și valori

frac ionare $1/2, 1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, \dots$ (fig.I.15), iar la motoarele în 2 timpi (perioada de varia ie a presiunii p_T este egală cu $\Phi_c=2\pi$), numai valori întregi (fig.I.16).

Analiza armonică a momentului motor produs de for a de iner ie a maselor în mi care de transla ie se realizează pe baza expresiei de calcul stabilită în cadrul interpretării vectoriale a momentului de rulu creat de această for ă:

$$M_{it} = m_{it} R^2 \omega^2 \cdot (B_{1i} \sin \alpha + B_{2i} \sin 2\alpha + B_{3i} \sin 3\alpha + \dots) = \sum_{v=1}^{\infty} M_{itv}, \quad (I.79)$$

în care M_{itv} reprezintă componenta armonică de ordinul v a momentului produs de for a F_{it} :

$$M_{itv} = m_{it} R^2 \omega^2 |B_{vi}| \cdot \sin(v\omega\tau + \psi_v) = M_{itv}^a \cdot \sin(v\omega\tau + \psi_v), \quad (I.80)$$

valorile coeficien ilor termenilor armonici B_i fiind indicate în tabelul I.3 din tema 6. La rândul lor, defazajele ψ_v au valorile

$$\psi_1 = \psi_5 = \psi_6 = 0; \quad \psi_2 = \psi_3 = \psi_4 = \pi.$$

Datorită descre terii rapide a valorilor coeficien ilor B_i odată cu cre terea ordinului armonicii, în mod uzual, pentru acest moment se consideră numai primele ase armonici. Prin urmare, momentul de excita ie pentru armonici de ordin superior lui 6 este determinat numai de momentul M_p .

Datorită diferen ei de fază dintre cele două momente, amplitudinea totală a momentului se ob ine prin însumarea geometrică a rela iilor (I.78) i (I.80):

$$M_v^a = \sqrt{(M_{pv}^a \sin \theta_v + M_{itv}^a \sin \psi_v)^2 + (M_{pv}^a \cos \theta_v + M_{itv}^a \cos \psi_v)^2}. \quad (I.81)$$

Momentul rezultat al excita iei se stabile te pentru fiecare cilindru, în func ie de ordinea de aprindere:

$$\begin{cases} M_{v1} = M_v^a \cdot \sin(v\omega\tau); \\ M_{v2} = M_v^a \cdot \sin\left[v \cdot \left(\omega\tau - \frac{\Phi_c}{i}\right)\right]; \\ M_{v3} = M_v^a \cdot \sin\left[v \cdot \left(\omega\tau - 2\frac{\Phi_c}{i}\right)\right]; \\ \dots\dots\dots \\ M_{vj} = M_v^a \cdot \sin\left[v \cdot \left(\omega\tau - (j-1)\frac{\Phi_c}{i}\right)\right] = M_v^a \cdot \sin(v\omega\tau + \delta_{vj}); \\ \dots\dots\dots \end{cases} \quad (I.82)$$

unde:

$$\delta_{vj} = -v(j-1) \cdot \frac{\Phi_c}{i} \quad (I.83)$$

reprezintă decalajul dintre aprinderi. Cu alte cuvinte, pentru un ordin v al armonicii, se va considera de $(j-1)$ ori decalajul unghiular dintre aprinderi (Φ_c/i), j reprezentând rangul aprinderii.

I.3.2. Solicitarea arborelui cotit la rezonanț

Mi carea periodică a unui sistem oscilant liber se nume te **amortizată**, dacă sistemul cedează energie mediului exterior. Întrucât excita ia unui sistem oscilant liber este nulă, amplitudinea vibra iei scade treptat până la anulare. Vibra ia arborelui cotit este i ea o mi care amortizată, datorită ac iunii rezisten elor interioare i exterioare. Rezisten ele interioare sunt determinate de frecarea internă (histerezis), iar cele exterioare de frecările lichide sau semifluide din lagăre i cilindru. Pentru simplificarea problemei, se presupune că, în toate tipurile de frecare, rezisten ele sunt propor ionale cu viteza (ipoteză apropiată de realitate numai în cazul frecării lichide).

Ca urmare, momentul for ei de frecare se poate scrie sub forma

$$M_{\xi} = -\xi \cdot \frac{d\varphi}{d\tau} = -\xi \cdot \dot{\varphi}, \quad (1.84)$$

unde ξ se numește **coeficient de amortizare** (semnul “minus” arată că momentul rezistent se opune mișcării). Aprecierea capacităților de amortizare ale diverselor subansambluri și piese este extrem de dificilă, dată fiind complexitatea proceselor energetice care se produc și a multiplelor influențe ce se exercită asupra acestora. Ca urmare, pentru necesitățile uzuale de calcul, se admite, în prezent, că amortizările existente sunt proporționale cu vitezele mișcării vibratorii, iar coeficienții de amortizare se calculează pe baza unor relații empirice sau semiempirice, pentru fiecare subansamblu sau piesă în parte.

Astfel, pentru un cuplu piston–cilindru, se recomandă calcularea coeficientului de amortizare cu relația

$$\xi_{cil} = 0,01 \cdot \omega_{pr} J_{cil} \text{ [Nms/rad]}, \quad (1.85)$$

în care ω_{pr} reprezintă pulsația proprie a modului de vibrație considerat, în s^{-1} și J_{cil} – momentul de inerție mecanic al volantului echivalent unui mecanism motor, în Nms^2 .

În mod asemănător, pentru o pereche de lagăre palier, aferente unei manivele a arborelui cotit:

$$\xi_{lag} = \frac{0,2 \cdot bv + 0,6}{100} \cdot \omega_{pr} J_{cil} \text{ [Nms/rad]}, \quad (1.86)$$

unde $b = 0,5$ pentru arborele cotit echipat cu contragreută și $b = 1$ pentru arborele fără contragreută.

Pentru un volant cu momentul de inerție mecanic J_{vol} [Nms²], care se rotește în aer, coeficientul de amortizare se poate calcula cu relația

$$\xi_{vol} = \frac{0,001}{v} \cdot \omega_{pr} J_{vol} \text{ [Nms/rad]}, \quad (1.87)$$

iar pentru o elice navală:

$$\xi_{el} = 30 \frac{M_{el}}{n_{el}} \text{ [Nms/rad]}, \quad (1.88)$$

unde M_{el} este momentul de torsiune efectiv consumat de elice, în Nm și n_{el} – turația acesteia, în rot/min.

Amortizările produse prin histerezis elastic sunt, în general, reduse pentru materialele metalice folosite în construcția liniilor de arbori antrenate de m.a.i. și, ca urmare, au un efect neglijabil asupra amplitudinilor de vibrație la rezonanță. Coeficient mare de amortizare îl are cauciucul, care se folosește la confecționarea unor cuplaje elastice. Totodată, comportarea cauciucului sub sarcină este neliniară, ceea ce determină un efect de dezacordare a pulsației proprii în raport cu pulsația momentului excitant. În general, nu se urmărește, însă, introducerea unui efect important de amortizare prin histerezis elastic, deoarece energia mecanică disipată se transformă în căldură, care se înmagazinează în materialul supus deformării și poate provoca distrugerea acestuia la depășirea unei anumite limite.

Modulul amortizat al sistemului oscilant elementar (fig.1.8) este ilustrată grafic în figura 1.17. Ecuația diferențială a mișcării este de forma (1.28), dar intervine termenul suplimentar M_{ξ} :

$$J \cdot \frac{d^2\varphi}{d\tau^2} - M_{\xi} - M_E = 0. \quad (1.89)$$

Substituind expresiile momentelor M_{ξ} și M_E în relația (1.89), rezultă:

$$J \cdot \frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + \xi \cdot \frac{d\varphi}{d\tau} + k \cdot \varphi = 0, \quad (1.90)$$

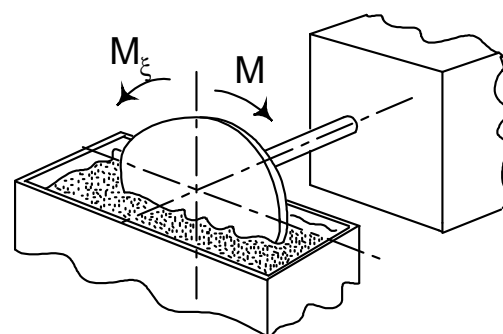


Fig.1.17

care, împărțită prin momentul de inerție mecanic J , ia forma

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + \frac{\xi}{J} \cdot \frac{d\varphi}{d\tau} + \omega_o^2 \cdot \varphi = 0, \quad (1.90')$$

unde ω_o este pulsația proprie a sistemului. Analiza arată că, dacă $\xi < 2\omega_o J$, mișcarea liberă a sistemului este periodică, dar se amortizează rapid (fig.1.18.a); dacă $\xi > 2\omega_o J$, mișcarea este aperiodică, adică amortizarea este atât de intensă, încât sistemul nu mai poate reveni în starea inițială, de echilibru. Valoarea

$$\xi_{cr} = 2 \cdot \omega_o J \quad (1.91)$$

se numește **coeficient critic de amortizare**, iar raportul

$$a = \frac{\xi}{\xi_{cr}} \quad (1.92)$$

amortizare. Cu această notație, ecuația diferențială a mișcării amortizate devine:

$$\ddot{\varphi} + 2 \cdot \omega_o a \dot{\varphi} + \omega_o^2 \varphi = 0, \quad (1.93)$$

cu soluția generală

$$\varphi_o = e^{-\omega_o a \tau} \Phi_o \sin(\omega_o' \tau + \beta_o), \quad (1.94)$$

unde ω_o' este pulsația mișcării amortizate:

$$\omega_o' = \omega_o \cdot \sqrt{1 - a^2}, \quad (1.95)$$

iar β_o – faza inițială.

Mișcarea periodică a unui sistem oscilant se numește **forată**, dacă sistemul primește succesiv, din exterior, o energie cel puțin egală cu energia pierdută de sistem prin amortizare. Acțiunea mediului fiind, la rândul ei, periodică, cu pulsația ω , poate fi exprimată sub formă armonică. Pentru o armonică de ordinul v , ecuația diferențială (1.90) se transformă în:

$$J \cdot \frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + \xi \cdot \frac{d\varphi}{d\tau} + k\varphi = M_v^a \cdot \sin v\omega\tau, \quad (1.96)$$

termenul drept al relației reprezentând excitația sistemului (conform rel.1.82). Împărțind ecuația (1.96) prin J , se obține ecuația diferențială

$$\ddot{\varphi} + 2 \cdot \omega_o a \dot{\varphi} + \omega_o^2 \varphi = \frac{M_v^a}{J} \cdot \sin v\omega\tau, \quad (1.96')$$

a cărei soluție generală:

$$\varphi_{\Sigma} = \varphi_o + \varphi = e^{-\omega_o a \tau} \Phi_o \cdot \sin(\omega_o' \tau + \beta_o) - \Phi \sin(v\omega\tau - \beta_v) \quad (1.97)$$

reprezintă suma soluțiilor particulare ale ecuației diferențiale. Se observă faptul că elongația totală φ_{Σ} se poate exprima ca o sumă a două elongații: elongația mișcării amortizate libere φ_o și elongația mișcării forate φ (fig.1.18.b). Întrucât φ_o se reduce din cauza amortizării, elongația φ_{Σ} devine rapid egală cu φ (fig.1.18.c).

Elongația mișcării forate se exprimă sub forma

$$\varphi = \Phi \cdot \sin(v\omega\tau - \beta_v) = \varphi_s A \cdot \sin(v\omega\tau - \beta_v), \quad (1.98)$$

care evidențiază faptul că amplitudinea vibrației Φ se poate exprima ca un produs de doi termeni, în care φ_s reprezintă **deformația unghiulară statică**:

$$\varphi_s = \frac{M_v^a}{J \cdot \omega_o^2} = \frac{M_v^a}{k}, \quad (1.99)$$

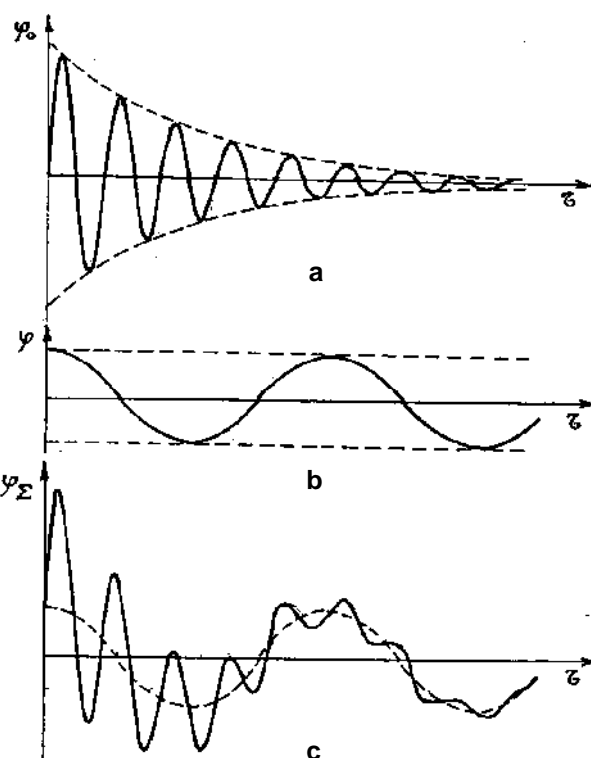


Fig.1.18

iar A – factorul de amplificare:

$$A = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{v\omega}{\omega_o}\right)^2\right]^2 + 4a^2 \cdot \left(\frac{v\omega}{\omega_o}\right)^2}} \quad (I.100)$$

La rândul ei, diferența de fază este dată de relația

$$\beta_v = \arctg \frac{2a \cdot \frac{v\omega}{\omega_o}}{1 - \left(\frac{v\omega}{\omega_o}\right)^2} \quad (I.101)$$

Se observă că factorul de amplificare depinde de amortizarea a . Cu cât amortizarea a este mai mare, cu atât A se reduce, amplitudinea mișcării oscilatorii scade, deformările unghiulare sunt mai mici, iar vibrațiile torsionale sunt mai puțin periculoase.

Se numește **rezonanță** – mișcarea periodică forată a unui sistem oscilant, pentru care frecvența sau frecvențele proprii sunt egale cu frecvența (frecvențele) aplicate. Întrucât frecvența diferă de pulsația printr-o constantă (rel. I.33: $n_o = 0,159 \cdot \omega_o$), rezultă că un sistem oscilant intră în rezonanță atunci când pulsația proprie sau pulsațiile de diferite grade γ este egală cu pulsația excitației sau cu pulsațiile de diferite ordine v .

Ca urmare, din relația (I.100) rezultă condiția de rezonanță: $v\omega = \omega_o$ (sistemul oscilant din fig. I.9 are o singură pulsație). Dacă amortizarea a este nulă, rezultă că la rezonanță factorul de amplificare A devine infinit, deci, amplitudinea mișcării $\Phi = \infty$ (fig. I.19). Evident, în acest caz, deformarea unghiulară fiind infinit de mare, se produce ruperea arborelui; dacă amortizarea a crește, factorul de amplificare se micșorează, amplitudinile scad și pericolul de rupere este îndepărtat. Variația factorului de amplificare A cu $v\omega/\omega_o$ arată că amplitudinile cele mai mari ale vibrației se obțin în regim de rezonanță; de aceea, calculul eforturilor unitare se efectuează pentru acest regim.

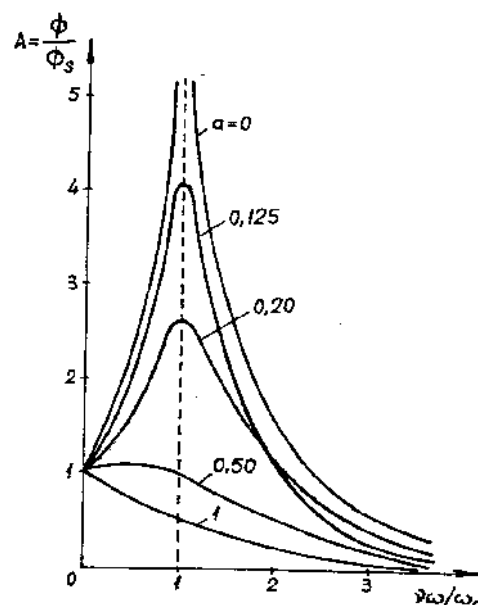


Fig. I.19

Dacă arborele echivalent este încărcat cu mai multe discuri, atunci pulsațiile proprii ale sistemului oscilant sunt de diferite grade γ , astfel încât, pentru un disc (cot) cu numărul de ordine ζ , rezultă săgeata statică:

$$(\phi_s)_{\gamma\zeta} = \frac{M_{v\zeta}}{J_{\zeta} \cdot \omega_{o\gamma}^2} \quad (I.102)$$

și amplificarea:

$$A_{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{v\omega}{\omega_{o\gamma}}\right)^2\right]^2 + 4a^2 \cdot \left(\frac{v\omega}{\omega_{o\gamma}}\right)^2}} \quad (I.103)$$

Amplitudinea vibrației de gradul γ , pentru discul ζ , este dată de relația

$$\Phi_{\gamma\zeta} = A_{\gamma} \cdot (\phi_s)_{\gamma\zeta} \quad (I.104)$$

Relația (I.102) arată că săgeata statică ϕ_s , deci implicit și amplitudinea vibrației, este cu atât mai mare, cu cât ordinul armonicii este mai mic (amplitudinea armonicii fundamentale $M_{0,5}$ – la motoarele în 4 timpi sau M_1 – la motoarele în 2 timpi este cea mai mare – fig. I.15 și I.16) și cu cât

pulsă la $\omega_{o\gamma}$ este mai redusă (pulsă la de gradul I este cea mai mică, adică are frecvența cea mai joasă).

Solicitarea mecanică la rezonanță se determină pentru fiecare armonică v a excitației, pentru fiecare grad γ al pulsărilor și pentru fiecare cot ζ al arborelui. În principiu, notând cu $\delta_{\gamma v}$ **faza inițială a vibrației de gradul γ și ordinul v** :

$$\delta_{\gamma v} = \arctg \frac{\sum_{\gamma=1}^m \Phi_{\gamma \zeta} \cdot \sin(\delta_{v\gamma})_{\zeta}}{\sum_{\gamma=1}^m \Phi_{\gamma \zeta} \cdot \cos(\delta_{v\gamma})_{\zeta}}, \quad (I.105)$$

cu $\beta_{\gamma v}$ – **diferența de fază a vibrațiilor de același ordin și grad**:

$$\beta_{\gamma v} = \arctg \frac{2a \cdot \frac{v\omega}{\omega_{o\gamma}}}{1 - \left(\frac{v\omega}{\omega_{o\gamma}} \right)^2} \quad (I.106)$$

și cu $T_{\gamma v}$ – **funcția caracteristică a oscilației de același ordin și grad**:

$$T_{\gamma v} = M_v^a \cdot \frac{\sqrt{\left(\sum_{\gamma=1}^m \Phi_{\gamma j} \cdot \cos \delta_{v\gamma} \right)^2 + \left(\sum_{\gamma=1}^m \Phi_{\gamma j} \cdot \sin \delta_{v\gamma} \right)^2}}{\omega_{o\gamma}^2 \cdot \sum_{j=1}^n J_j \cdot \Phi_{\gamma j}^2}, \quad (I.107)$$

atunci elongația de ordinul v , pentru discul ζ , se obține însumând elongațiile pentru diferitele grade ale pulsărilor:

$$\phi_{v\zeta} = \sum_{\gamma=1}^m T_{\gamma v} A_{\gamma} \Phi_{\gamma \zeta} \cdot \sin(v\omega\tau + \delta_{\gamma v} - \beta_{\gamma v}). \quad (I.108)$$

Cu ajutorul acestei relații, în care cu j s-a notat rangul aprinderii, se poate determina momentul de torsiune al armonicii de ordinul v , pentru porțiunea de arbore dintre discurile ζ și $\zeta+1$:

$$(M_{\zeta, \zeta+1})_v = k_{\zeta, \zeta+1} (\phi_{v, \zeta+1} - \phi_{v\zeta}). \quad (I.109)$$

Prin urmare, efortul unitar de răsucire pentru fiecare fus palier sau maneton va fi

$$\tau = \frac{(M_{\zeta, \zeta+1})_v}{W_p}, \quad (I.110)$$

valoarea sa comparându-se cu efortul unitar admisibil τ_a , definit de unele norme astfel: $\tau_a = \tau_r/25$, pentru o el și $\tau_a = \tau_{-1}/6$, pentru fontă. Se admite că amplitudinea limită a deformațiilor unghiulare ale arborelui cotit, pentru regimul continuu de funcționare, nu trebuie să depășească unitatea.

I.3.3. Stabilirea regimurilor de rezonanță

Date fiind dificultățile de evaluare a eforturilor unitare la vibrații, este util să se precizeze inițial regimurile de funcționare ale motorului la care se produce rezonanța, precum și ordinul armonicilor și gradul pulsărilor de rezonanță, fiind că pulsările și armonicile superioare sunt mai puțin periculoase.

Condiția de rezonanță se exprimă prin relația generală: $v\omega = \omega_{o\gamma}$. Dacă se notează cu:

$$\Omega_v = v\omega, \quad (I.111)$$

pulsia excitaiei de ordinul v , rezultă că la rezonanță $\Omega_v = \omega_o \gamma$, egalitate care poate avea loc pentru diverse armonici v i grade de pulsia ie γ . Întrucât

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}, \quad (I.112)$$

rezultă că pulsia excitaiei de ordinul v variază liniar cu turaia (fig.I.20). La rândul ei, pulsia proprie este independentă de turaie i se reprezintă prin drepte paralele la abscisa diagramei.

Punctele de intersecție $\omega_o \gamma = \Omega_v$ dau condiia de rezonanță. Turaia la care se realizează această condiie se numește **turaie critică**. Dacă se transcrie relaia (I.33) pentru pulsia de diferite grade, se obine:

$$\omega_{o\gamma} = 6,3 \cdot n_{o\gamma}, \quad (I.113)$$

unde $n_{o\gamma}$ este frecvența proprie pentru vibraia de gradul γ . Pe de altă parte:

$$\Omega_v = \left(\frac{\pi \cdot n}{30} \right) \cdot v, \quad (I.114)$$

astfel încât, egalând cele două pulsii, se obine turaia critică de ordin v i grad γ :

$$(n_{cr})_{o\gamma} = \frac{60 \cdot n_{o\gamma}}{v} = \frac{30 \cdot \omega_{o\gamma}}{v \cdot \pi}. \quad (I.115)$$

În figura I.21 este prezentat spectrul vibrațiilor de gradul I al diferitelor armonici v , pentru un motor de automobil. Se observă că amplitudinea este cu atât mai mare, cu cât ordinul armonicii este mai mic, dar rezonanța pentru armonicile de ordin superior se produce la turaia care depășește cu mult turaia maximă a motorului ($n_{max}=2000$ rot/min).

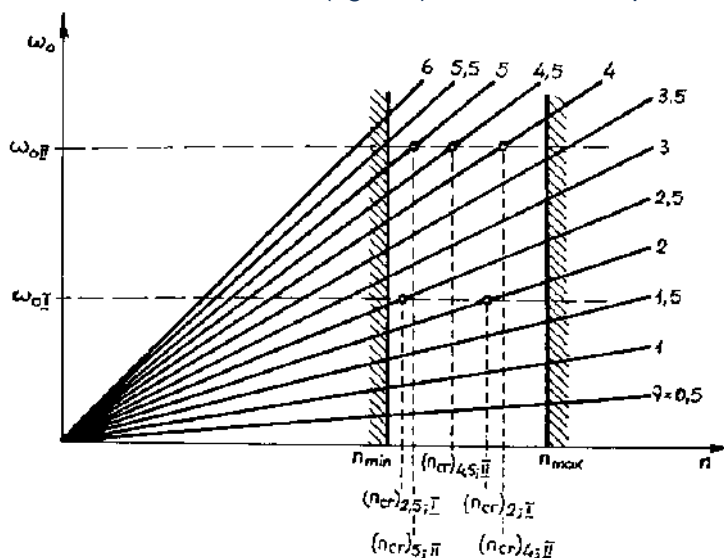


Fig.I.20

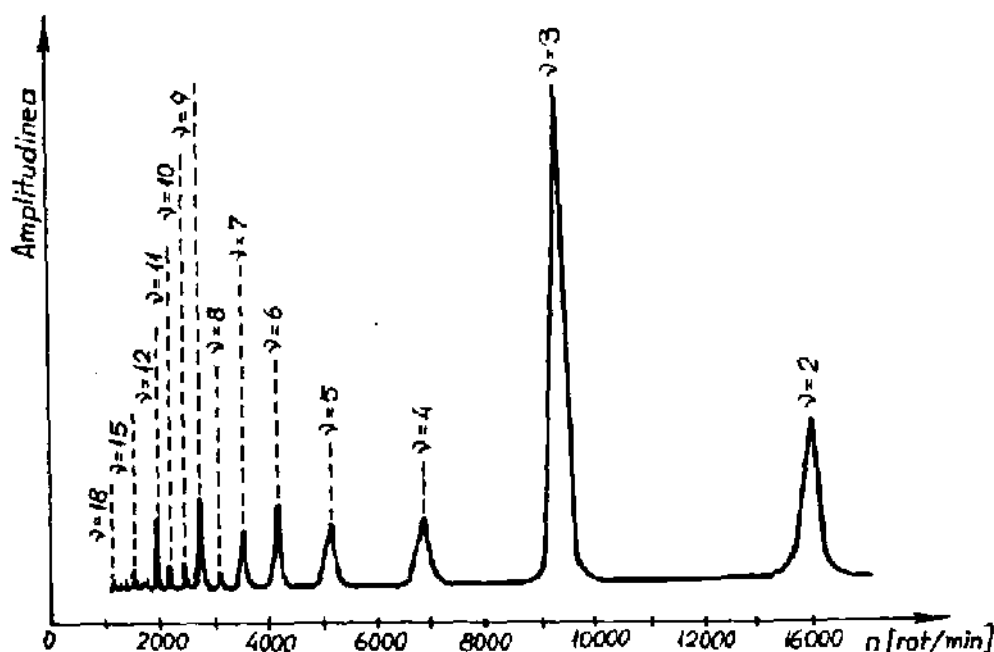


Fig.I.21

I.3.4. Atenuarea efectelor vibrațiilor de torsiune

Vibrațiile torsionale ale arborelui cotit nu se pot elimina, dar efectul lor poate fi atenuat. În acest scop, la proiectare se urmărește evitarea turațiilor critice periculoase.

Dacă acest deziderat nu se poate realiza, proiectantul va urmări să deplaseze turația critică n_{cr} (fig. I.22) din domeniul turațiilor utilizabile ($n_{min} \dots n_{max}$), fie prin reducerea ei ($n_{cr}' < n_{min}$), fie prin mărirea ei ($n_{cr}'' > n_{max}$). A doua soluție este mai convenabilă, deoarece nu implică trecerea arborelui cotit prin turația critică la fiecare pornire și oprire.

Întrucât pulsația armonicilor fundamentale ($0,5 \cdot \omega$) este dată, proiectantul poate modifica pulsația proprie a vibrațiilor ω_0 . Se obține $\omega_0'' > \omega_0$ și $n_{cr}'' > n_{max}$ prin mărirea rigidității k a arborelui cotit sau prin reducerea momentului de inerție mecanic J al maselor în mișcare.

Se explică astfel soluțiile constructive ale mecanismului motor la motoarele rapide (pistoane și biele ușoare, fusuri manetoane găurite, mase de echilibrare eliminate, distanțe reduse de la centrul de masă al contragreutăților la axa de rotație, fusuri palier cu diametre mari, arbore de lungime redusă, materiale cu modul de elasticitate transversală ridicat). Evident, acționând în sens invers, se obține $\omega_0' < \omega_0$ și $n_{cr}' < n_{min}$.

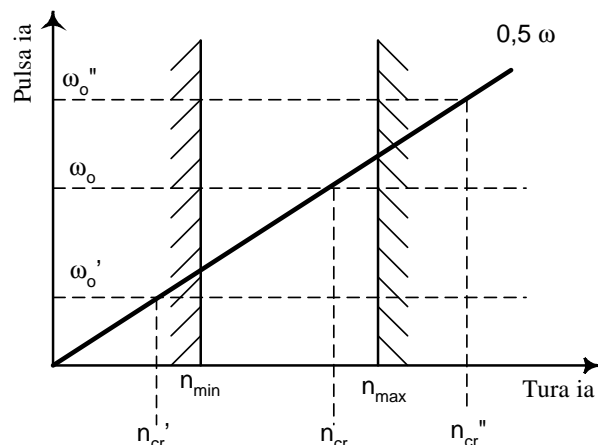


Fig. I.22

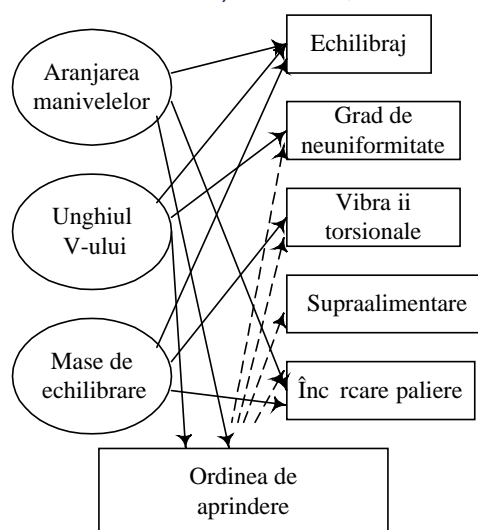


Fig. I.23

La motoarele în linie, în 4 timpi, cu număr par de cilindri și arbore cu plan central de simetrie se pot crea domenii lipsite de rezonanță. Aceasta se asigură fără modificarea stelajului, adoptând o asemenea ordine de aprindere, încât seria de cifre impare să crească progresiv, iar seria de cifre pare să descrească, de asemenea, progresiv. De exemplu, pentru un asemenea motor, având 6 cilindri, ordinea de aprindere este

1 – 3 – 5 – 6 – 4 – 2.

În situația în care soluțiile enumerate nu dau satisfacție se folosesc dispozitive speciale pentru amortizarea vibrațiilor, numite **amortizoare de vibrații**.

Concluzionând, proiectarea arborelui cotit al unui motor este o problemă deosebit de complexă, în cadrul acestei activități, proiectantul trebuind să țină seama de modul în care se influențează diferitele modalități de organizare a arborelui cotit (fig. I.23). Astfel se explică faptul că unele construcții de arbori cotați reprezintă soluții de compromis care asigură o corelare optimă a tuturor aspectelor funcționale determinate de ordinea de aprindere a motorului.