

## UNIFORMIZAREA MI CĂRII DE ROTA IE A ARBORELUI COTIT. DETERMINAREA MOMENTULUI DE INER IE AL VOLANTULUI

### 1. GENERALITĂȚI PRIVIND UNIFORMITATEA MI CĂRII DE ROTA IE A ARBORELUI COTIT

Caracteristicile funcționale ale m.a.i. cu piston în mi care alternativă fac ca între motor și elementele exterioare acestuia să se manifeste o serie de neregularități, concretizate prin forțe și momente variabile. Astfel, variațiile  $M_{mot}$  determină variațiile ale vitezei unghiulare  $\omega$ , iar forțele și momentele de dezechilibru ale motorului produc solicitări variabile pe reazemele acestuia, putând provoca vibrații supărătoare ale motorului sau ale structurii pe care acesta este montat.

Pentru ca aceste neregularități să fie meninute în limite acceptabile, compatibile cu diversele utilizări ale m.a.i., este necesar ca în construcția motorului să se introducă elemente care să asigure reducerea încărcărilor variabile pe reazeme (dispozitivele de rezemare elastică) și uniformizarea mi cării de rotație a arborelui cotit (volantul). Deși modul de lucru al acestor elemente este diferit, principiul care stă la baza acțiunii lor îl constituie înmagazinarea temporară a energiei mecanice și redarea ei în condiții care să permită reducerea neregularităților menționate. În timp ce volantul, un element rigid, redă integral energia înmagazinată, dispozitivele de rezemare elastică disipează prin frecări o parte din energia primită.

Datorită particularităților funcționale ale m.a.i., determinate de mi carea alternativă a pistoanelor și de variația, în limite largi, a presiunii gazelor din cilindri, rezultă variații importante ale forțelor tangențiale care acționează asupra arborelui cotit, respectiv ale momentului motor. Utilizările actuale ale m.a.i. reclamă, cu foarte puține excepții, valori cât mai constante ale momentului motor rezultat, în intervalul unei rotații complete a arborelui cotit. Ca urmare, rezultă diferențe inerente între valorile momentului efectiv (produs de motor) și valorile momentului rezistent (opus de către mașina antrenată). Aceste diferențe determină, în baza principiului conservării energiei, variații corespunzătoare ale energiei cinetice a maselor aflate în mi care, deci implicit ale vitezei unghiulare de rotație a arborelui cotit. Pentru ca aceste variații să nu devină supărătoare, este necesar ca, în funcție de natura utilizării motorului, ele să fie meninute între anumite limite de variație.

Uniformizarea dorită a vitezei unghiulare de rotație este realizată prin montarea pe arbore a unei piese având un moment de inerție corespunzător – **volantul**. Acesta joacă rolul de acumulator de energie, înmagazinând, în condiții de variație limitată a vitezei de rotație, excedentul de energie mecanică produsă de motor și cedând această energie, în acele condiții, atunci când motorul este deficitar, în raport cu consumatorul, sub aspectul energiei solicitate de acesta.

Limitele de variație ale energiei cinetice a sistemului aflat în mi care sunt precizate de ecuația de conservare a energiei mecanice. Bilanul energetic între două stări arbitrare ale sistemului motor–consumator, considerate în momentele de timp  $t_0=0$  și  $t=t_0+\Delta t$ , impune ca variația energiei cinetice a sistemului să fie egală cu diferența dintre lucrul mecanic produs de motor și cel consumat de mașina antrenată:

$$W - W_o = \frac{1}{2} \left[ \sum_j m_j (w_j^2 - w_{jo}^2) + \sum_k I_k (\omega_k^2 - \omega_{ko}^2) \right] = \int_0^{\Delta t} \sum_j F_{pj} dx_{pj} - \int_0^{\Delta t} (M_r + M_f) d\alpha. \quad (7.1)$$

În relaia (7.1) s-au folosit următoarele notații:  $W$ ;  $W_0$  – energia cinetică a sistemului în momentele de timp considerate;  $w_j$ ;  $w_{j0}$  – vitezele maselor aflate în mi care de translație;  $\omega_k$ ;  $\omega_{k0}$  – vitezele unghiulare ale maselor aflate în mi care de rotație;  $m_j$  – masele aflate în mi care de translație;  $I_k$  – momentele de inerție ale pieselor aflate în mi care de rotație;  $F_{pj}$  – valoarea instantanee a forței de presiune a gazelor în cilindrul nr.  $j$ ;  $M_r$  – valoarea instantanee a momentului rezistent opus de consumator;  $M_f$  – valoarea instantanee a momentului corespunzător pierderilor mecanice proprii ale motorului;  $dx_{pj}$  – deplasarea elementară a pistonului în cilindrul nr.  $j$ ;  $d\alpha$  – deplasarea unghiulară elementară a arborelui cotit.

## 2. DETERMINAREA APROXIMATIVĂ A MOMENTULUI DE INERȚIE AL VOLANTULUI

Neglijând valoarea momentului de inerție al celorlalte piese cu mi care de rotație, în raport cu valoarea momentului de inerție al volantului  $I_v$ , și aproximând variația energiei cinetice a pieselor cu mi care de translație prin variația forțelor de inerție corespunzătoare acestor piese, calculată pentru o valoare medie a vitezei unghiulare a arborelui cotit, relaia (7.1) poate fi simplificată în forma:

$$\frac{1}{2} I_v (\omega^2 - \omega_o^2) = \int_0^{\Delta t} \sum_j (F_{pj} + F_{ij}) \cdot dx_{pj} - \int_0^{\Delta t} (M_r + M_f) \cdot d\alpha. \quad (7.2)$$

înțind seama de relațiile (2.1) și (4.1), se poate scrie:

$$\int_0^{\Delta t} \sum_j (F_{pj} + F_{ij}) \cdot dx_{pj} = \int_0^{\Delta t} \sum_j F_j R \left( \sin \alpha + \frac{1}{\lambda_d} \sin \beta \frac{d\beta}{d\alpha} \right) \cdot d\alpha, \quad (7.3)$$

de unde, pe baza relațiilor (4.5), (2.23) și (4.8), se determină:

$$\int_0^{\Delta t} \sum_j (F_{pj} + F_{ij}) \cdot dx_{pj} = \int_0^{\Delta t} \sum_j T_j R d\alpha = \int_0^{\Delta t} \sum_j M_j d\alpha = \int_0^{\Delta t} M_{mot} d\alpha. \quad (7.4)$$

Introducând relaia (7.4), în (7.2), se obține:

$$\frac{1}{2} \cdot (\omega^2 - \omega_o^2) \cdot I_v = \int_0^{\Delta t} (M_{mot} - M_r - M_f) \cdot d\alpha. \quad (7.5)$$

Semnificația integralei din membrul drept al expresiei (7.5) este ilustrată în figura 7.1.a prin aria cuprinsă între curba care reprezintă variația momentului motor rezultat  $M_{mot}$  și dreapta care reprezintă valoarea momentului mediu rezultat  $M_{m\ mot}$ , calculată conform relației (4.14), prin planimetrarea diagramei momentului rezultat.

Momentul corespunzător pierderilor mecanice proprii ale motorului  $M_f$  poate fi înglobat în valoarea momentului motor mediu rezultat  $M_{m\ mot}$ , determinându-se astfel momentul motor efectiv mediu:

$$M_e = M_{m\ mot} - M_f. \quad (7.6)$$

Se constată că valoarea momentului motor mediu rezultat, calculat pe baza forțelor care lucrează în mecanismele motoare, are semnificația unui moment motor indicat, randamentul mecanic al motorului fiind definit prin relația:

$$\eta_m = \frac{M_e}{M_{m\ mot}} = 1 - \frac{M_f}{M_{m\ mot}}, \quad (7.7)$$

de unde rezultă:

$$M_f = (1 - \eta_m) \cdot M_{m\ mot}. \quad (7.8)$$

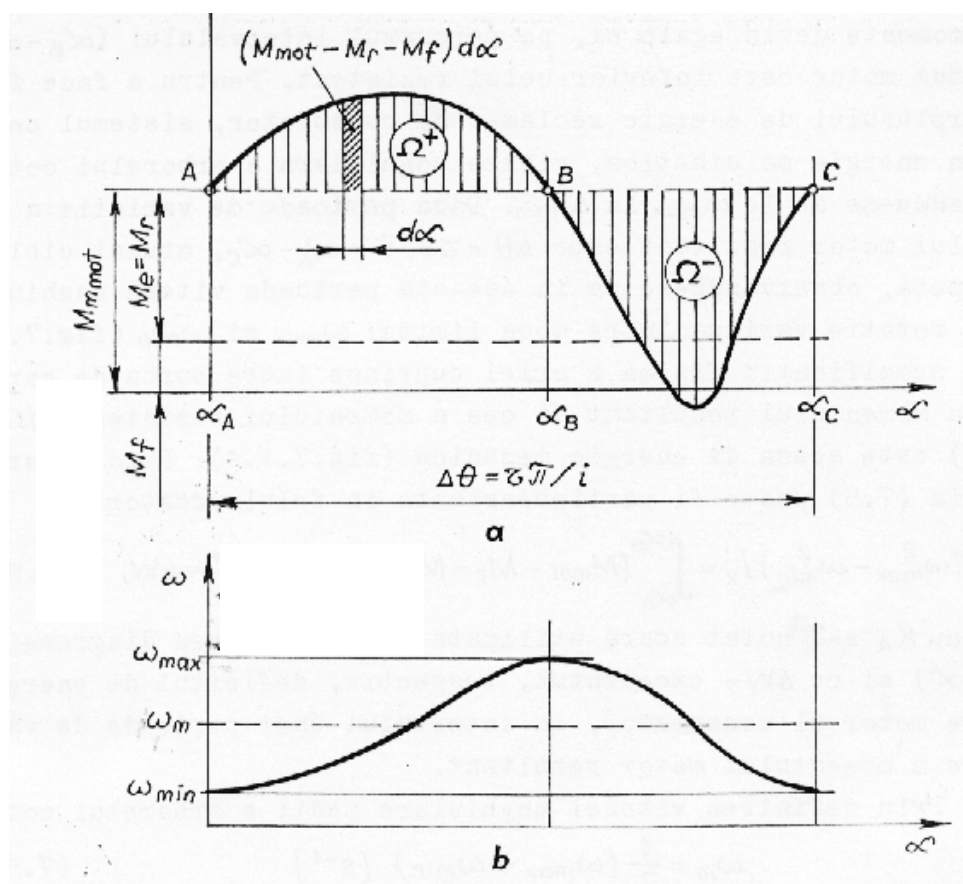


Fig.7.1

Funcționarea în regim stabilizat de turație a sistemului motor-consumator impune satisfacerea condițiilor:

$$M_e = M_r \quad \text{sau} \quad M_{m_{mot}} = M_r + M_f. \quad (7.9)$$

Orice abatere de la condițiile (7.9) impune tranziția regimului de funcționare al motorului spre o altă turație medie a acestuia.

Considerând funcționarea în regim stabilizat (fig.7.1), se constată că, pe intervalul de rotație  $\alpha_A - \alpha_B$  al arborelui cotit, momentul motor este mai mare decât cel rezistent. Ca urmare, pe durata acestui interval, surplusul de energie furnizat de motor este înmagazinat în sistem prin creșterea energiei cinetice a acestuia, corespunzătoare creșterii vitezei unghiulare a arborelui cotit de la  $\omega_{min}$  la  $\omega_{max}$  (fig.7.1.b). În punctul B, valorile celor două momente devin egale, pe parcursul intervalului  $\alpha_B - \alpha_C$ , momentul motor este inferior celui rezistent. Pentru a face față surplusului de energie solicitat de consumator, sistemul cedează din energia sa cinetică, viteza unghiulară a arborelui cotit reducându-se de la  $\omega_{max}$  la  $\omega_{min}$ . Dacă perioada de variație a momentului motor rezultat este  $\Delta\theta = \alpha_C - \alpha_A$ , atunci ciclul se repetă, observându-se că, în intervalul unei perioade de variație a momentului motor rezultat, viteza unghiulară a arborelui cotit variază între două limite:  $\omega_{max}$  și  $\omega_{min}$  (fig.7.1.b).

Atunci când momentul motor este superior celui rezistent, aria  $\Omega^+$  cuprinsă între cele două curbe are valoare pozitivă, în timp ce, atunci când momentul motor este inferior celui rezistent, aria cuprinsă între cele două curbe ( $\Omega^-$ ) este negativă (fig.7.1.a). Din însăși definiția momentului motor rezultat mediu, reiese că cele două arii sunt egale ( $|\Omega^+| - |\Omega^-| = 0$ ), deci valoarea integralei din membrul drept al relației (7.5) este nulă, atunci când este evaluată pe un interval egal cu perioada de variație a momentului motor rezultat.

Semnificația fizică a ariei cuprinsă între curba de variație a momentului rezultat și dreapta corespunzătoare momentului rezistent (fig.7.1.a) este aceea de energie mecanică. Astfel, considerând scările la care este trasată diagrama: 1 cm (pe axa  $M$ ) =  $K_M$  [Nm] și 1 cm [pe axa  $\alpha$ ] =

$= K_{\alpha}$  [rad], se constată că aceeași curbă reprezintă variația unei forțe tangențiale  $T$ , care acționează la un braț egal cu raza de manivelă  $R$ , față de axa de rotație a arborelui cotit. Scara la care este reprezentată această forță este: 1 cm (pe axa  $M$ ) =  $K_F$  [N], de unde se deduce:  $K_F = K_M/R$ . În același timp, pe axa  $\alpha$  se poate interpreta lungimea arcului de cerc parcurs de forța  $T$ , respectiv mărimea  $R\alpha$ . Scara la care se citește lungimea arcului de cerc este 1 cm (pe axa  $\alpha$ ) =  $K_L$  [m], de unde rezultă:  $K_L = RK_{\alpha}$ . În aceste condiții, unitatea de arie în diagrama din figura 7.1.a are dimensiunea: 1 cm<sup>2</sup> =  $K_F K_L = K_A$  [J], deci, de energie mecanică (lucru mecanic). Factorul de scară al energiei rezultă din factorii de scară la care a fost trasată diagrama de variație a momentului rezultat:  $K_A = \frac{1}{R} K_M R K_{\alpha} = K_M K_{\alpha}$ .

Cu aceste observații, ecuația (7.5) poate fi particularizată în modul următor:

$$\frac{1}{2} \cdot (\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2) \cdot I_v = \int_{\alpha_A}^{\alpha_B} (M_{motor} - M_r - M_f) \cdot d\alpha = K_A \Omega^+ = \Delta W, \quad (7.10)$$

unde cu  $\Delta W$  s-a notat excedentul, respectiv, deficitul de energie dintre motor și consumator, în intervalul unei perioade de variație a momentului motor rezultat.

Prin definirea vitezei unghiulare medii a arborelui cotit:

$$\omega_m = \frac{1}{2} \cdot (\omega_{max} + \omega_{min}) \quad (7.11)$$

și a gradului de neregularitate al motorului:

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_m}, \quad (7.12)$$

relația (7.10) capătă următoarea formulare:

$$I_v = \frac{\Delta W}{\omega_m^2 \cdot \delta} [\text{Nms}^2]. \quad (7.13)$$

Această relație poate fi utilizată la dimensionarea volantului unui motor, impunând valoarea gradului de neregularitate  $\delta$  și calculând, prin planimetrarea diagramei de variație a momentului motor rezultat, valoarea excedentului de energie pe ciclu  $\Delta W$ . În tabelul 7.1 sunt indicate valorile gradului de neregularitate pe ciclu, recomandate pentru diferite utilizări ale m.a.i.

Tabelul 7.1

Nr. crt.	Utilizarea	Gradul de neregularitate $\delta$
1	Motor de propulsie	$\frac{1}{50} \cdots \frac{1}{22}$
2	Motor auxiliar, cuplat cu generator de curent:	
	a) continuu	$\frac{1}{150} \cdots \frac{1}{100}$
	b) alternativ	$\frac{1}{200} \cdots \frac{1}{150}$
	c) alternatoare care lucrează în paralel	$\frac{1}{300} \cdots \frac{1}{250}$
3	Pompe, compresoare, suflante	$\frac{1}{30} \cdots \frac{1}{20}$

Valoarea momentului de inerție al volantului va rezulta cu atât mai mică, cu cât fluctuațiile momentului motor rezultat față de valoarea sa medie sunt mai reduse, cu cât se impune o valoare mai mare a gradului de neregularitate și cu cât turația motorului este mai mare.

La rândul lor, fluctuațiile momentului motor rezultat față de valoarea sa medie sunt cu atât mai reduse cu cât numărul de cilindri al motorului este mai mare, iar acesta este realizat cu aprinderi uniforme repartizate (fig.7.2).

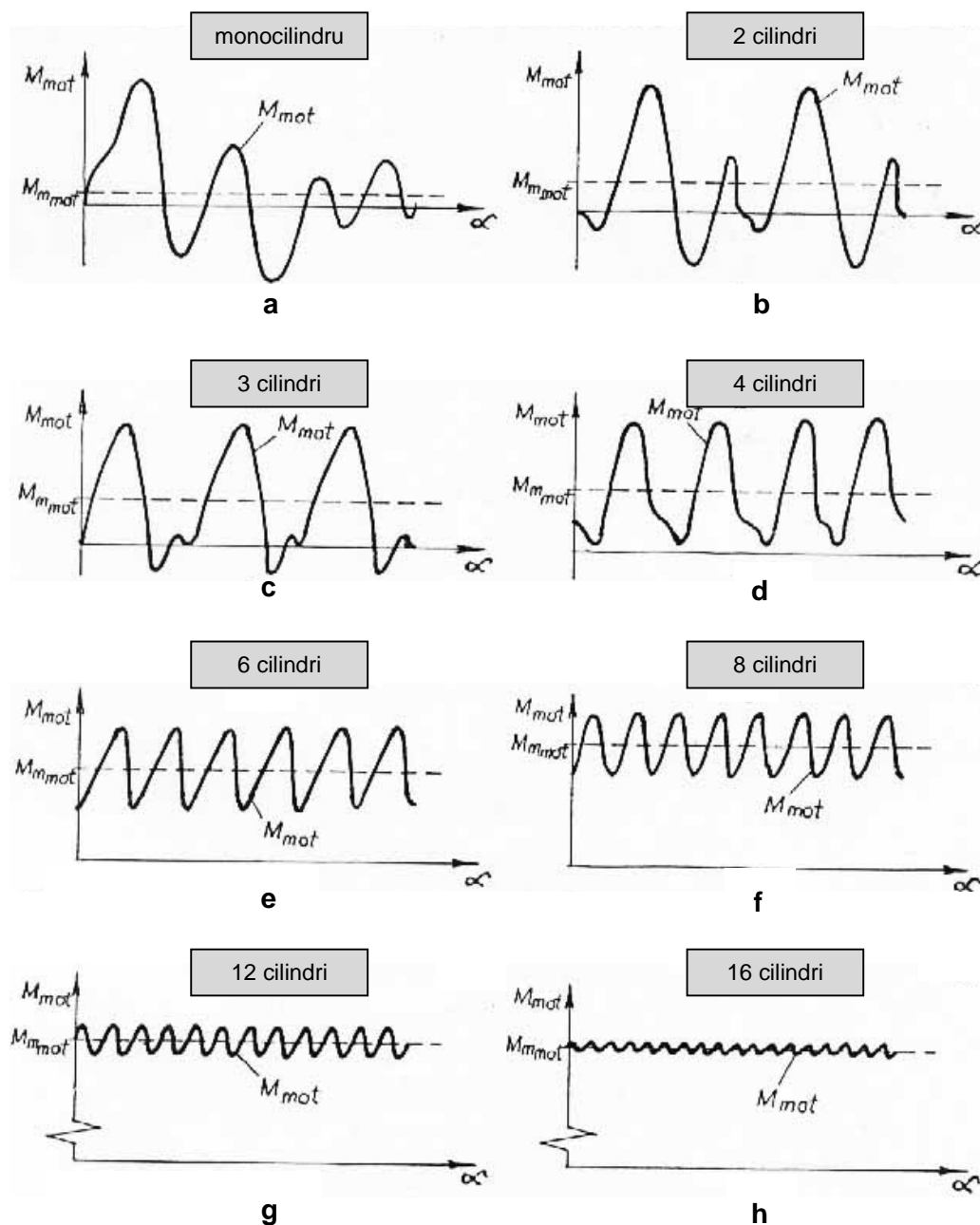


Fig.7.2

Atunci când, numărul de cilindri este mare, curba de variație a momentului rezultat este intersectată de dreapta corespunzătoare momentului mediu în numai două puncte în intervalul unei perioade (fig.7.1.a și fig.7.2.c, d, ..., h). Dacă numărul de cilindri este redus sau motorul este

realizat cu aprinderi neuniform repartizate, cele două curbe se intersectează de mai multe ori în intervalul unei perioade (fig.7.2.a, b și fig.7.3.a).

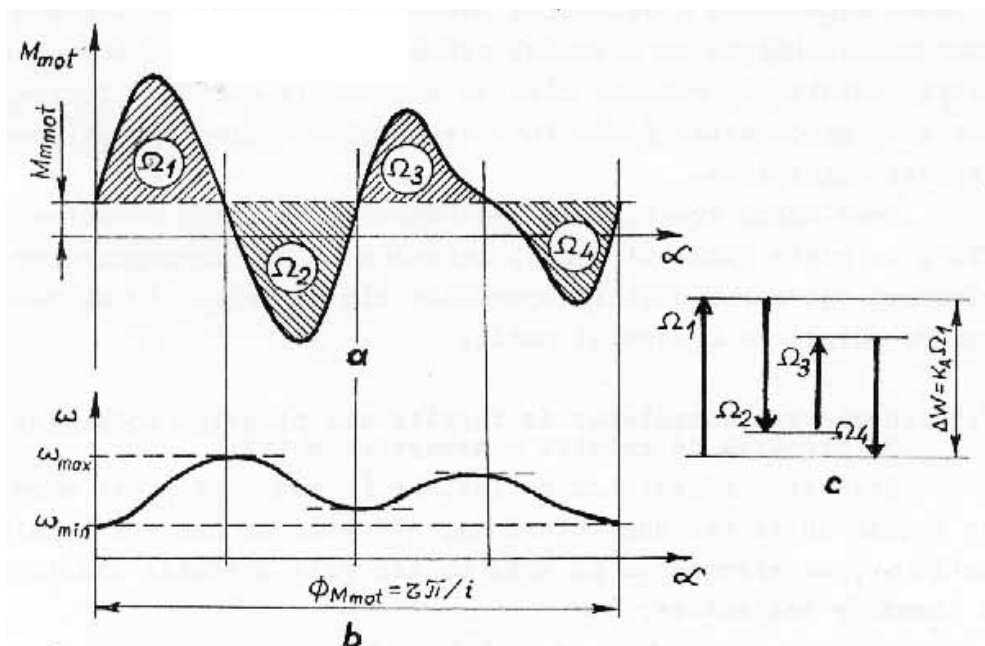


Fig.7.3

Planimetrând ariile cuprinse între curba de variație a momentului rezultat și dreapta corespunzătoare momentului mediu rezultat (în intervalul unei perioade de variație a acestuia) și reprezentând ariile respective prin doi vectori de mărime corespunzătoare (fig.7.3.c), se determină valoarea maximă a excedentului de energie  $\Delta W$ , pe baza căruia trebuie dimensionat volantul.

Această metodă de dimensionare a volantului este, în general, acoperitoare pentru majoritatea cazurilor de utilizare a motoarelor rapide.

## INFORMAȚII SUPLIMENTARE<sup>1</sup>

### I.1. DETERMINAREA MOMENTULUI DE INERȚIE AL VOLANTULUI CU AJUTORUL DIAGramei ENERGIE – MOMENT DE INERȚIE

În metoda de calcul prezentată în această temă, variația energiei cinetice a pieselor cu mișcare de translație a fost înlocuită cu variația lucrului mecanic produs de forțele de inerție corespunzătoare acestor piese, calculat pentru o valoare medie a vitezei unghiulare a arborelui cotic. Cum forțele de inerție sunt proporționale cu pătratul vitezei unghiulare a arborelui cotic, rezultă că eroarea care se produce la calculul forțelor este aproximativ dublă față de eroarea admisă la medierea vitezei unghiulare.

Rezolvarea ecuației de conservare a energiei mecanice (rel.7.1) se poate face mai exact reducând în mod corespunzător mișcarea tuturor pieselor importante ale motorului la mișcarea de rotație a arborelui cotic.

#### I.1.1. Reducerea momentelor de inerție ale pieselor motorului la mișcarea de rotație a arborelui cotic

Reducerea momentelor de inerție  $I_k$  ale unor piese care se rotesc cu viteze unghiulare  $\omega_k$ , diferite de cea a arborelui cotic  $\omega$ , se efectuează pe baza conservării energiei cinetice a pieselor respective:

$$\frac{1}{2} \cdot I_k \omega_k^2 = \frac{1}{2} \cdot I_{rk} \omega^2. \quad (I.1)$$

Rezultă astfel formula de calcul a momentului de inerție, redus la axa de rotație a arborelui cotic:

$$I_{rk} = I_k \left( \frac{\omega_k}{\omega} \right)^2. \quad (I.2)$$

Cota parte din masa bielei aferentă mișcării de rotație a manetonului  $m_{bm}$  determină un moment de inerție în raport cu axa de rotație a arborelui cotic:

$$I_{rb} = m_{bm} \cdot R^2. \quad (I.3)$$

Reducerea momentelor de inerție ale maselor cu mișcare de translație, în raport cu axa de rotație a arborelui cotic, reprezintă o problemă mai complexă. Pornind tot de la principiul de bază al conservării energiei cinetice a acestor mase, se poate scrie:

$$\frac{1}{2} \cdot m_{it} v_p^2 = \frac{1}{2} \cdot I_{tr} \omega^2 \quad (I.4)$$

Înținând seama de relația (6.14'), se determină pentru momentul de inerție redus al acestor piese următoarea expresie:

$$I_{tr} = \frac{m_{it}}{\omega^2} v_p^2 \cong m_{it} R^2 \left( \sin \alpha + \frac{\lambda_d}{2} \sin 2\alpha \right)^2 \text{ [Nms}^2\text{]}. \quad (I.5)$$

<sup>1</sup> Elementele prezentate în următoarele pagini au un caracter informativ, pentru completarea cunoștințelor referitoare la determinarea momentului de inerție al volantului.

Efectuând calculele și înțelegând seama de relațiile trigonometrice  $\sin^2 \alpha = (1 - \cos 2\alpha)/2$  și  $\cos^3 \alpha = (\cos 3\alpha + 3\cos \alpha)/4$ , se obține în final:

$$I_{rtr} \cong m_{it} R^2 \left[ \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda_d^2}{8} \right) + \left( \frac{\lambda_d}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \cos 2\alpha - \frac{\lambda_d}{2} \cos 3\alpha - \frac{\lambda_d^2}{8} \cos 4\alpha \right) \right]. \quad (1.6)$$

Se constată că, deoarece centrul de masă al pieselor cu mișcare de translație se deplasează în raport cu axa de rotație a arborelui cotic, valoarea momentului de inerție redus, corespunzător acestor piese, este variabilă în timp. Această variație poate fi exprimată ca o sumă între o valoare medie a momentului de inerție redus:

$$I_{rtrm} \cong m_{it} R^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda_d^2}{8} \right) \cong \frac{1}{2} m_{it} R^2 [\text{Nms}^2] \quad (1.7)$$

și o serie de termeni cu variație armonică.

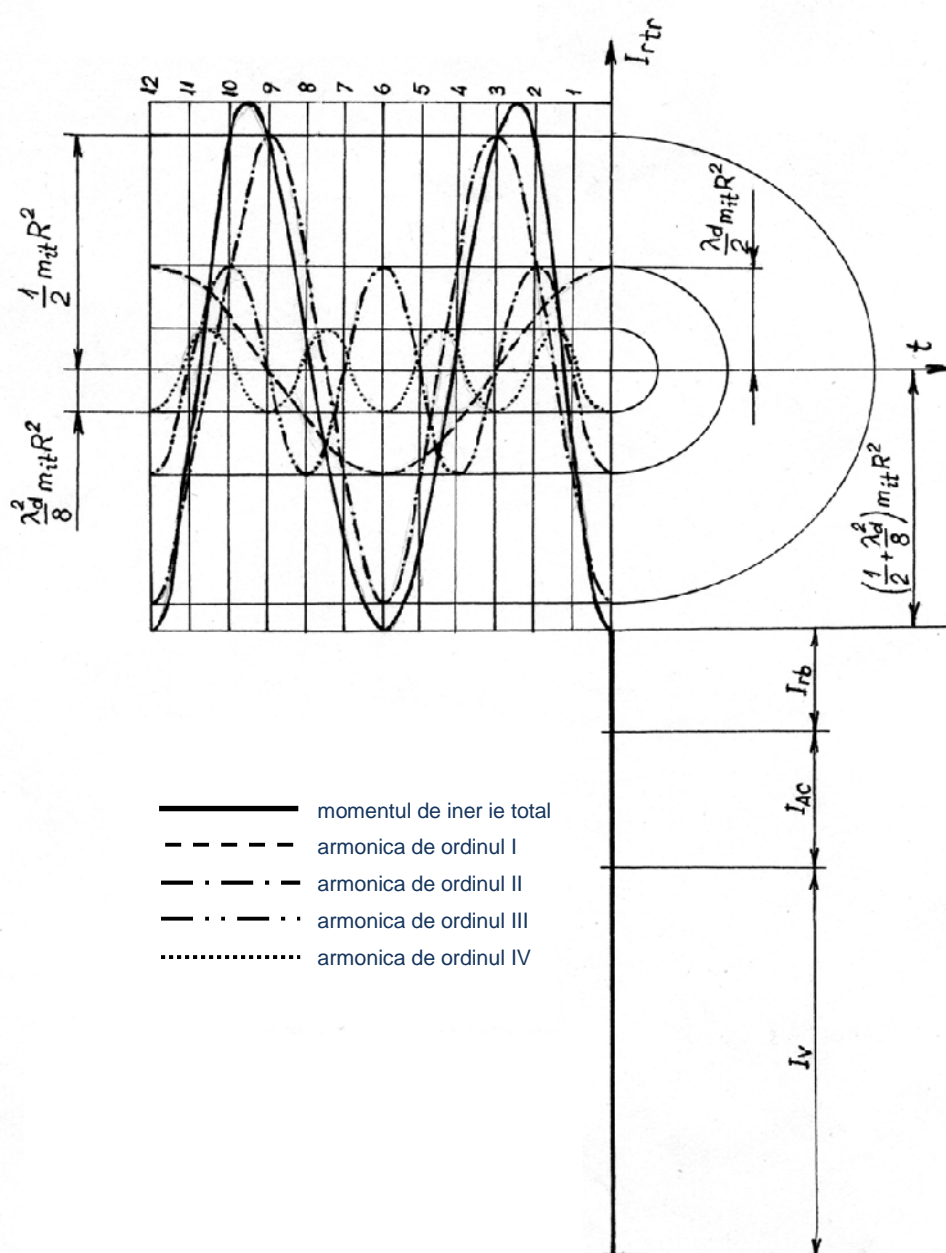


Fig.I.1



În figura I.1 este reprezentată valoarea momentului de inerție total, corespunzător pieselor mecanismului motor, redus la axa de rotație a arborelui cotit, pentru un motor monocilindric, precum și variația în timp a acestui moment de inerție. În această figură, s-au trasat pe verticală, la o scară convenabilă, valorile momentelor de inerție aferente volantului  $I_v$ , arborelui cotit  $I_{AC}$  și, respectiv, masei bielei care participă la mișcarea de rotație  $I_{rb}$ . În continuare, sunt reprezentate primii patru termeni armonici care exprimă variația momentului de inerție redus al pieselor cu mișcarea de translație, precum și suma acestora (curba continuă din figura I.1).

Pe măsură ce numărul de cilindri crește, scade amplitudinea variației momentului de inerție al pieselor cu mișcarea de translație. Astfel, la motoarele în 4 timpi cu aprinderi uniforme repartizate subzistă doar armonicile multiple de  $(i/2)$ , iar la motoarele în 2 timpi, multiple de  $(i)$ .

Valoarea totală a momentului de inerție, redus la axa de rotație a arborelui cotit, este:

$$I_{rt} = I_v + I_{AC} + iI_{rb} + iI_{tr} . \quad (I.8)$$

### I.1.2. Determinarea ratei de producere a lucrului mecanic

Datorită particularității ilor ciclului de funcționare, lucrul mecanic este produs de motor în mod neuniform. Alegând drept origine de evaluare a lucrului mecanic produs de cilindru poziția de *pmi*, corespunzătoare începutului destinderii, rezultă că lucrul mecanic produs de motor este superior celui solicitat de consumator pe toată durata unui ciclu de funcționare. Abia la încheierea ciclului, lucrul mecanic produs de motor devine egal cu cel reclamat de consumator pentru funcționare, în regim stabilizat, a sistemului motor–consumator.

Determinarea modului în care se acumulează lucrul mecanic, în intervalul unui ciclu de funcționare, reclamă calcularea și reprezentarea grafică a funcției:

$$L(\alpha) = \int_0^\alpha p dV = \int_0^\alpha F_p dx_p = \int_0^\alpha M_p d\alpha . \quad (I.9)$$

Calculul acestor integrale se efectuează comod, prin metode numerice, cu ajutorul calculatoarelor electronice. Pentru a obține o imagine coerentă asupra alurii de variație a funcției  $L(\alpha)$ , se procedează, în continuare, la integrarea grafică a diagramei indicate.

Principiul tratării grafice a rezolvării numerice a integralei (I.9) este reprezentat în figura I.2. Considerând un arc 1–2 pe curba care exprimă variația presiunii în cilindru, în funcție de volumul acestuia, se determină un element de arie  $V_1-1-2-V_2$ , care, după cum se știe, reprezintă lucrul mecanic schimbat de fluidul motor cu exteriorul, în intervalul de variație a volumului:  $\Delta V = V_2 - V_1$ . Dacă intervalul  $\Delta V$  este suficient de mic, arcul de curbă 1–2 poate fi aproximat cu un segment de dreaptă, aria elementului  $V_1-1-2-V_2$  calculându-se ca arie a unui trapez:

$$\Delta L = \frac{1}{2} \cdot (p_1 + p_2) \Delta V = \bar{p}_{1-2} \cdot \Delta V , \quad (I.10)$$

unde cu  $\bar{p}_{1-2}$  s-a notat valoarea medie a presiunii în intervalul  $\Delta V$ . Valoarea  $\Delta L$ , calculată cu relația (I.10), se transpune la o scară convenabilă pe ordonata 2– $V_2$  și, întrucât s-a admis că variația presiunii în intervalul  $\Delta V$  este liniară, rezultă că și lucrul mecanic produs în acest interval variază tot liniar; ca urmare, se poate scrie:

$$\Delta L = \Delta V \cdot \operatorname{tg} \beta . \quad (I.11)$$

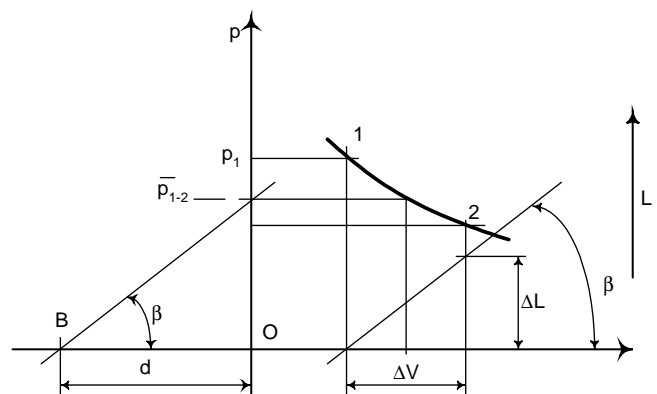


Fig.I.2

Comparând relațiile (I.10) și (I.11), se observă că mărimea  $\tan \beta$  este proporțională cu presiunea medie  $\bar{p}_{1-2}$  pe intervalul considerat, iar unghiul  $\beta$  poate fi materializat prin construcția ajutoare din partea stângă a figurii I.2. Prin urmare, mărimea  $\Delta L$  poate fi determinată grafic trasând prin punctul  $V_1$  o paralelă la dreapta  $B\bar{p}_{1-2}$ . Pentru ca  $\Delta L$  să rezulte la scara dorită: 1 cm (axa  $L$ ) =  $\mu_L$  [Nm], este necesar, conform relațiilor (I.10) și (I.11), precum și a figurii I.2, ca  $\mu_L = \mu_V \frac{\Delta V}{\Delta L} \tan \beta = \frac{\mu_V \mu_p}{d}$ , unde  $\mu_p$  și  $\mu_V$  exprimă scările la care a fost trasată diagrama  $p-V$ : 1 cm (axa  $p$ ) =  $\mu_p$  [MPa] și 1 cm (axa  $V$ ) =  $\mu_V$  [cm<sup>3</sup>].

După ce s-a convenit asupra scărilor la care se execută lucrarea grafică, se determină:

$$d = \frac{\mu_V \mu_p}{\mu_L}. \quad (I.12)$$

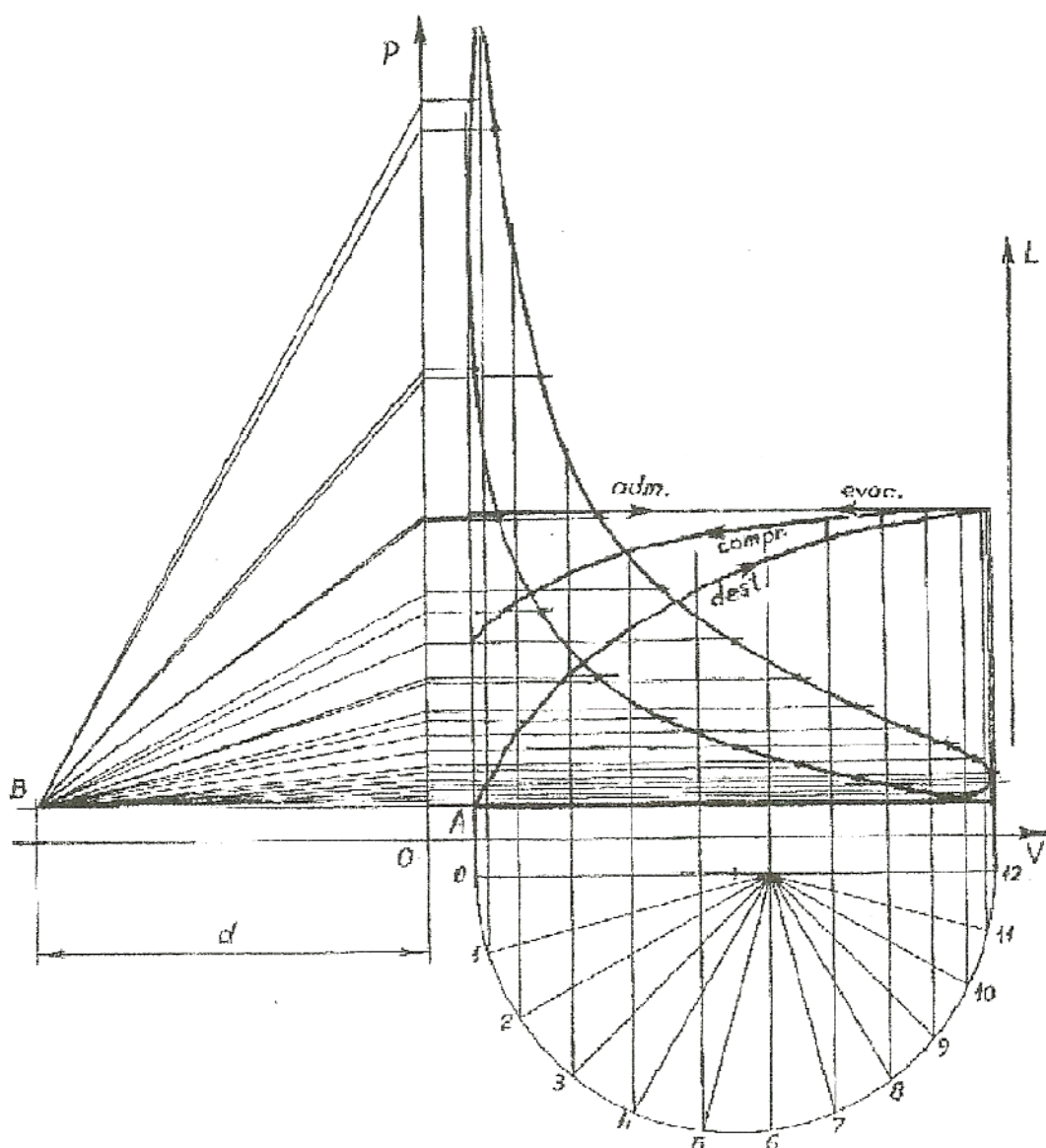


Fig. I.3

Plecând de la diagrama indicată a motorului (fig.I.3), integrarea grafică a acesteia se efectuează în modul următor:

- se împarte diagrama în intervale de volum corespunzătoare unor intervale de variație identice  $\Delta\alpha$  ale unghiului de rotație al arborelui cotit, conform metodei grafice utilizate la determinarea deplasării pistonului, respectiv a funcției  $p = f(\alpha)$ ;
- se determină pe diagramă, valoarea medie a presiunii în interiorul fiecărui interval considerat;
- se alege un punct  $B$ , pe o dreaptă în prelungirea izobarei corespunzătoare din carter, astfel încât, conform relației (I.12), lucrul mecanic să rezulte la scara dorită;
- se unește punctul  $B$  cu punctele de pe axa ordonatelor, care reprezintă valorile presiunilor medii pe intervalele considerate;
- se trasează, începând din punctul  $A$  și primul interval corespunzător destinderii, paralela la dreapta  $B\bar{p}$ , până la închiderea completă a ciclului.

Curba de variație a lucrului mecanic efectuat pe ciclu se reprezintă grafic în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit (fig.I.4). Pe aceeași diagramă se trasează și variația lucrului mecanic corespunzător momentului motor rezistent. Dacă acesta se manifestă printr-un moment rezistent constant aplicat arborelui cotit, lucrul mecanic rezistent variază liniar cu unghiul de rotație al arborelui cotit, iar condiția de funcționare în regim stabilizat a sistemului motor–consumator reclamă ca, la încheierea unui ciclu, cele două valori ale lucrului mecanic să fie egale (fig.I.4). La fiecare poziție a arborelui cotit, această diagramă precizează valoarea lucrului mecanic efectuat de către fluidul motor  $L$  și a lucrului mecanic suplimentar  $L_s = L - L_r$ . La sfârșitul unui ciclu de funcționare, cele două componente ale lucrului mecanic se compensează reciproc și lucrul mecanic total, efectuat pe ciclu  $L_{ciclu}$ , este egal cu lucrul mecanic rezistent ce revine unui ciclu de funcționare al motorului.

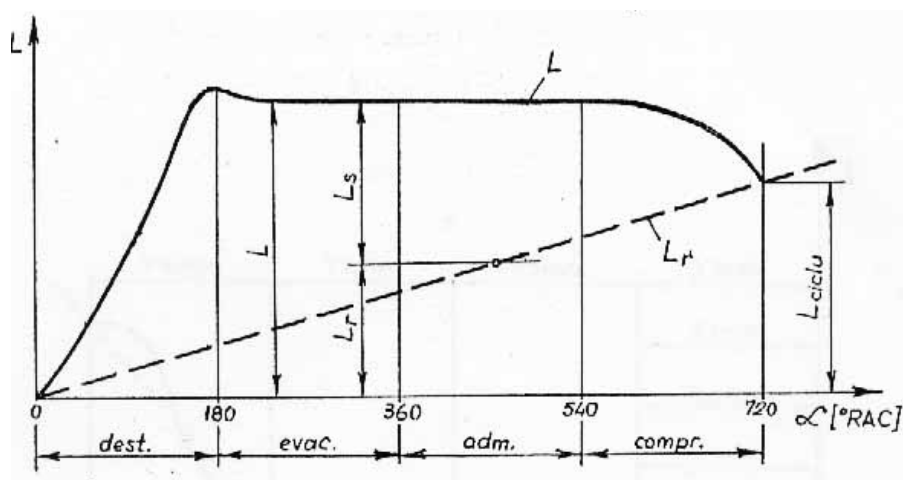


Fig.I.4

Dacă motorul are mai mulți cilindri, diagrama de variație a lucrului mecanic, pe ansamblul motorului, se obține prin însumarea diagramelor de variație ale lucrurilor mecanice realizate de fiecare cilindru, cu luarea în considerare a decalajelor unghiulare care separă funcționarea cilindrilor respectivi. În figurile I.5 și I.6 sunt reprezentate curbele de variație a lucrului mecanic, în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit, pentru un motor cu 2 și, respectiv, cu 4 cilindri, ambele motoare fiind în 4 timpi și cu aprinderi uniform repartizate.

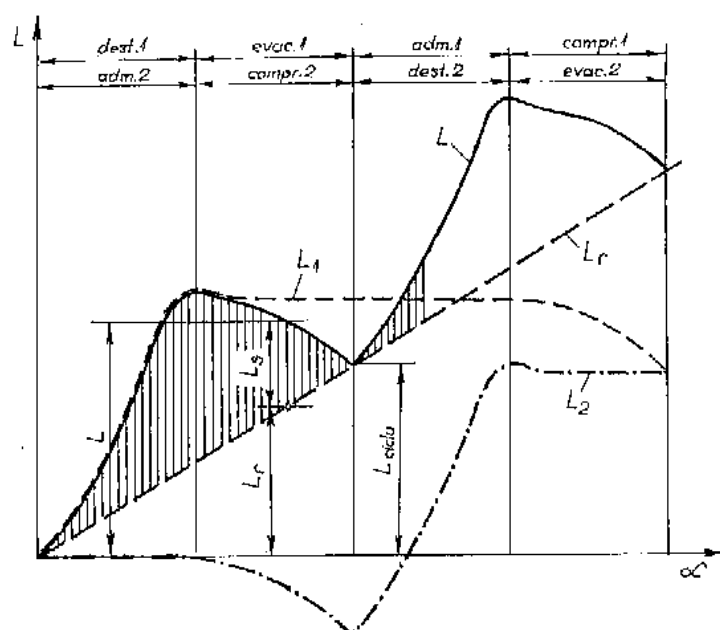


Fig.I.5

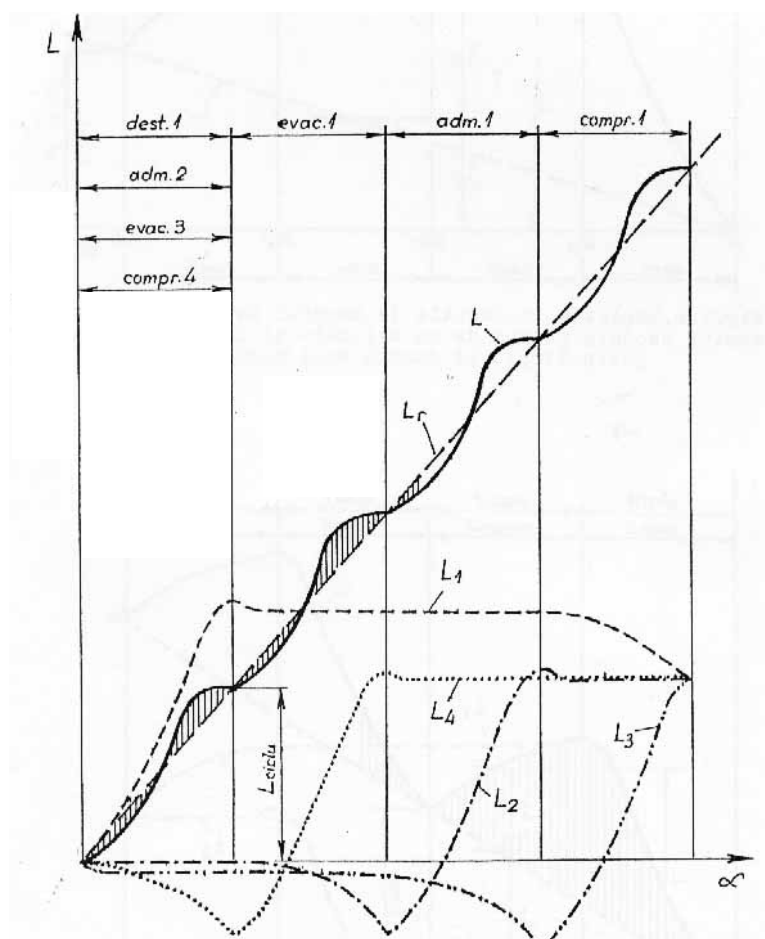


Fig.I.6

### I.1.3. Construcția diagramei energie-moment de inerție

Pentru a urmări modul în care se realizează transferul de energie între arborele cotit și piesele aflate în mișcare de translație, se trasează diagrama de variație a lucrului mecanic suplimentar (energie mecanică suplimentară) în raport cu momentul de inerție total, redus la axa de rotație a arborelui cotit.

Modalitatea de eliminare a parametrului  $\alpha$  între funcțiile  $L_s(\alpha)$  și  $I_{rt}(\alpha)$  este reprezentată în figura I.7.

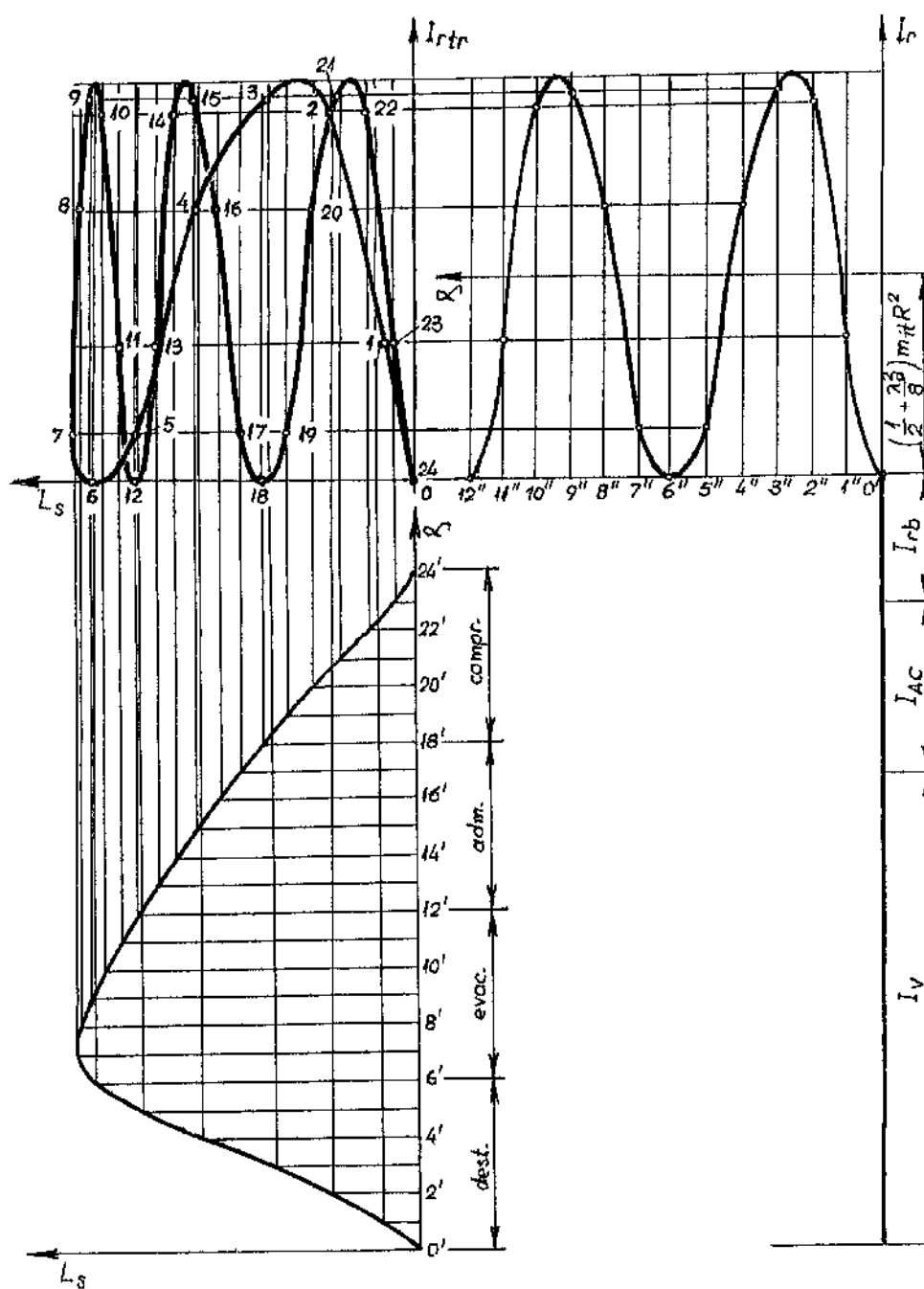


Fig.I.7

În punctul O, la începutul cursei de destindere, energia cinetică a pieselor cu mi care de transla ie este nulă. Pe durata primei jumătă i a cursei de destindere, lucrul mecanic suplimentar produs de fluidul motor care evoluează în cilindru este acumulat sub formă de energie cinetică de către piesele cu mi care de transla ie. Acestea îl cedează, în a doua jumătate a cursei de destindere, pieselor cu mi care de rota ie, astfel încât, la începutul evacuării (punctul 6), lucrul mecanic suplimentar se găse te înmagazinat sub formă de energie cinetică a pieselor cu mi care de rota ie. Pe prima jumătate a curselor de evacuare, admisie i comprimare, piesele cu mi care de transla ie primesc energie cinetică de la piesele cu mi care de rota ie i le-o cedează înapoi, pe jumătatea a doua a curselor respective.

În figura I.8 este reprezentată construc ia diagramei  $L_s=f(I_{tr})$  pentru un motor în 4 timpi, cu 4 cilindri i aprinderi uniform repartizate. În acest caz, în structura momentului de iner ie redus subzistă numai armonicile de ordinul II i IV, valorile respective fiind, totodată, de patru ori mai mari, iar energia suplimentară realizează patru cicluri de varia ie pe durata a două rota ii ale arborelui cotit. Ca urmare a acestor particularită i, curba ciclică închisă  $L_s = f(I_{tr})$  este parcursă complet în  $180^\circ$  RAC.

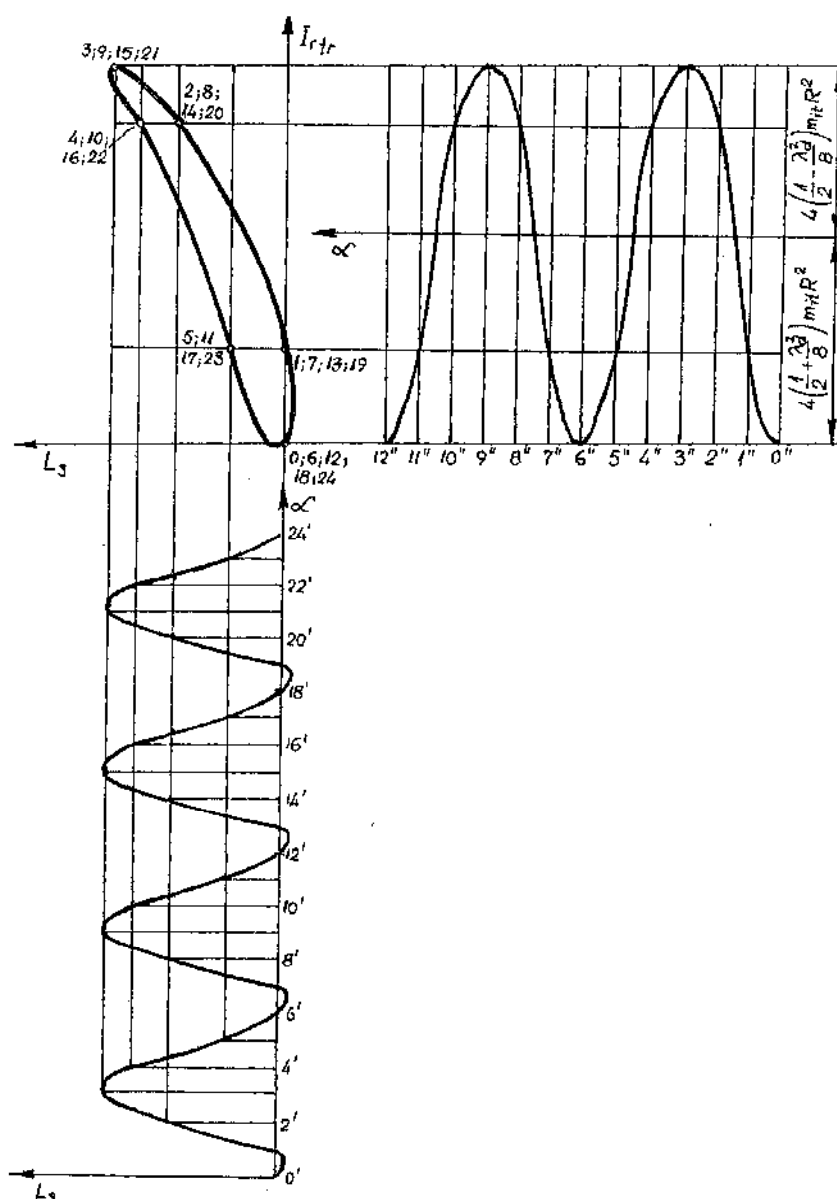


Fig.I.8

În mod asemănător, se pot construi diagramele  $L_s = f(I_{tr})$  pentru orice număr de cilindri ai motorului. În figura 1.9 sunt reprezentate alurile unor asemenea diagrame, pentru o serie de motoare în 4 timpi, cu aprinderi uniform repartizate. Pe măsură ce crește numărul de cilindri, scade amplitudinea variației lucrului mecanic suplimentar, totodată, amplitudinea momentului de inerție redus al pieselor cu mișcare de translație (la  $i = 6$  subzistă numai armonica de ordinul III, la  $i = 8$  numai armonica de ordinul IV, iar la un număr mai mare de cilindri, numai armonici de ordin superior, care au valori foarte mici). Ca urmare, odată cu creșterea numărului de cilindri, amplitudinea în sens orizontal a curbei  $L_s = f(I_{tr})$  scade, alura generală a acestora tinzând către o formă alungită pe verticală (fig.1.9).

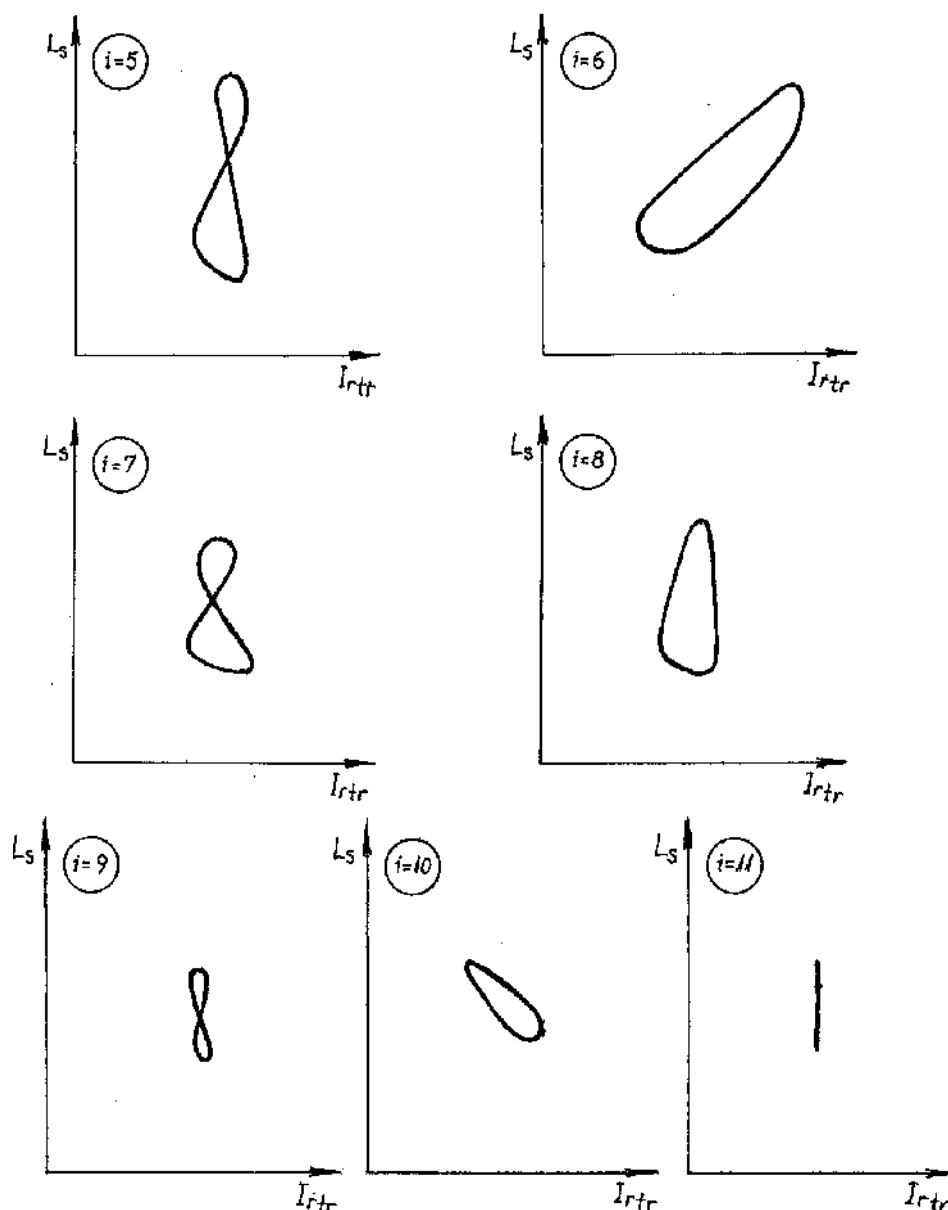


Fig.1.9

O proprietate însemnată a curbei  $L_s = f(I_{tr})$  este aceea că ea nu depinde de valoarea momentelor de inerție ale pieselor cu mișcare de rotație. Ca urmare, forma ei nu se schimbă dacă se modifică dimensiunile volantului utilizat sau gradul de echipare cu contragreută și a arborelui

cotit. De asemenea, alura diagramei este independentă de valoarea vitezei unghiulare a arborelui cotit.

Diagrama  $L_s = f(I_{rt})$  poate fi trasată direct, pe baza datelor obținute prin calculul funcției  $L_s = L(\alpha) - (L_{ciclu} / \Delta\alpha) \cdot \alpha$  cu relația (I.9) și al funcției  $I_{rt}(\alpha)$  cu relația (I.6). Întrucât ambele funcții sunt exprimate în raport cu același parametru  $\alpha$ , corelarea lor reciprocă decurge în mod direct.

#### I.1.4. Determinarea momentului de inerție al volantului

Poziționarea diagramei  $L_s = f(I_{rt})$  într-un sistem de axe de coordonate care să coreleze energia totală  $W$  a sistemului cu valoarea momentului de inerție total, redus la axa de rotație a arborelui cotit, necesită cunoașterea momentelor de inerție ale tuturor pieselor mecanismului motor (inclusiv volantul) și a energiei acestora, corespunzătoare punctului de origine al diagramei  $L_s = f(I_{rt})$ :

$$W_o = \frac{1}{2} (I_V + I_{AC} + iI_{rb}) \cdot \omega^2. \quad (I.13)$$

Presupunând cunoscute toate aceste elemente, se construiește diagrama din figura I.10, în care, unind un punct arbitrar  $b$  al curbei cu originea sistemului de coordonate, se obține dreapta  $Ob$ , care face cu axa absciselor unghiul  $\varphi_b$ . Tangenta acestui unghi reprezintă raportul dintre energia totală, corespunzătoare momentului de inerție redus total și valoarea acestuia, pentru poziția mecanismului, precizată de punctul  $b$  (fig. I.10):

$$\operatorname{tg} \varphi_b = \frac{L_{sb} + W_o}{I_b} = \frac{W_b}{I_b} = \frac{\frac{1}{2} I_b \omega_b^2}{I_b} = \frac{1}{2} \omega_b^2, \quad (I.14)$$

deci o mărime proporțională cu pătratul vitezei unghiulare a arborelui, în poziția corespunzătoare punctului  $b$  din diagramă. Din relația (I.14) se deduce:

$$\omega_b = \sqrt{2 \operatorname{tg} \varphi_b}, \quad (I.15)$$

iar valorile extreme între care variază viteza unghiulară a arborelui cotit vor fi:

$$\begin{cases} \omega_{\max} = \sqrt{2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_{\max}}; \\ \omega_{\min} = \sqrt{2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_{\min}}. \end{cases} \quad (I.16)$$

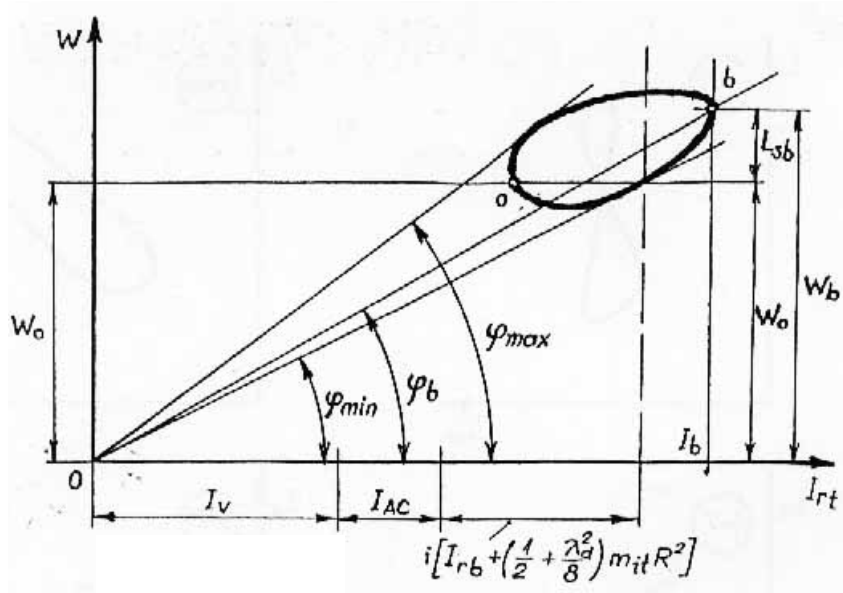


Fig. I.10



Cu ajutorul relațiilor (7.12), (7.11) și (1.16), se pot defini geometric, pe diagrama  $W = f(I_{tr})$ , viteza unghiulară medie și gradul de neregularitate:

$$\omega_m = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{tg \varphi_{\max}} + \sqrt{tg \varphi_{\min}}) = \sqrt{2} \sqrt{tg \varphi_m}; \quad (1.17)$$

$$\delta = \frac{\sqrt{2} (\sqrt{tg \varphi_{\max}} - \sqrt{tg \varphi_{\min}})}{\omega_m} = \frac{\sqrt{tg \varphi_{\max}} - \sqrt{tg \varphi_{\min}}}{\sqrt{tg \varphi_m}}. \quad (1.18)$$

Calculul momentului de inerție  $I_v$ , pe care trebuie să-l aibă volantul pentru a asigura valoarea impusă de gradul de neregularitate  $\delta$  al sistemului acționat de m.a.i., se efectuează în modul următor:

- se construiește diagrama  $L_s = f(I_{tr})$ , conform celor precizate anterior. Pe axa absciselor, se adaugă momentul de inerție al arborelui cotit și cel corespunzător maselor bielelor aferente manetoanelor, determinându-se astfel punctul  $O_1$  (fig.1.11);
- se stabilește corelația dintre unghiurile  $\varphi_{\max}$ ,  $\varphi_{\min}$  și gradul de neregularitate  $\delta$  impus de regimul de lucru definit prin viteza unghiulară medie a arborelui cotit  $\omega_m$ . Din relațiile (1.17) și (1.28) se deduce:

$$\begin{cases} \sqrt{tg \varphi_{\max}} + \sqrt{tg \varphi_{\min}} = \sqrt{2} \omega_m; \\ \sqrt{tg \varphi_{\max}} - \sqrt{tg \varphi_{\min}} = \frac{\delta \omega_m}{\sqrt{2}}. \end{cases} \quad (1.19)$$

de unde se determină:

$$tg \varphi_{\max} = \frac{\omega_m^2}{2} \left( 1 + \frac{\delta}{2} \right)^2; \quad (1.20)$$

$$tg \varphi_{\min} = \frac{\omega_m^2}{2} \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right)^2. \quad (1.21)$$

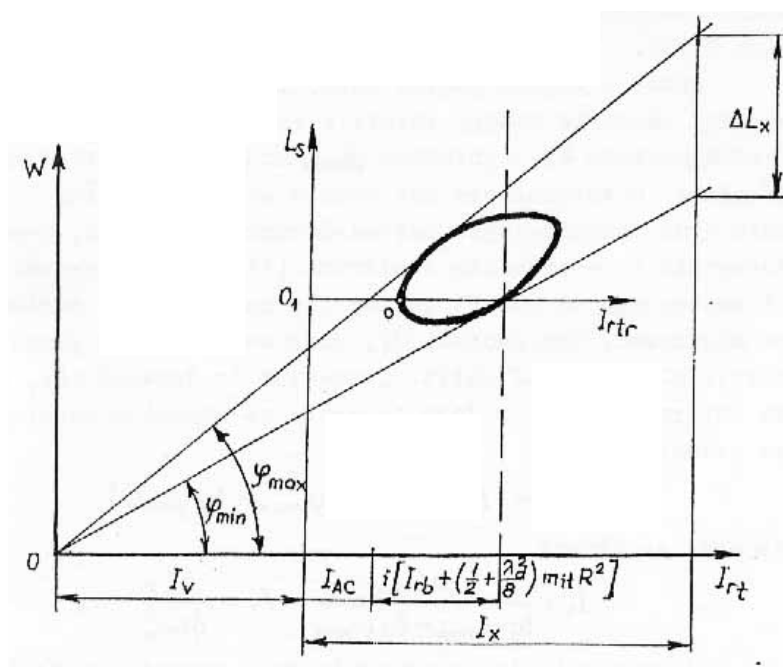


Fig.1.11

c) cu relațiile (I.20) și (I.21) se calculează unghiurile  $\varphi_{max}$  și  $\varphi_{min}$ , după care se trasează tangente la curba  $L_s = f(I_{rt})$ , având oblicită ile corespunzătoare. Punctul de intersecție al celor două tangente definește originea O a sistemului de coordonate  $W/I_{rt}$  și permite determinarea, la scala diagramei, a momentului de inerție al volantului  $I_v$  (fig.I.11).

Acest procedeu grafic este, însă, lipsit de precizie, deoarece având în vedere valorile foarte mici ale gradelor de neregularitate admise pentru m.a.i., unghiurile  $\varphi_{max}$  și  $\varphi_{min}$  au valori foarte apropiate. O determinare mai exactă se poate obține prelungind cele două tangente spre partea dreaptă a figurii, până la intersecția cu o ordonată arbitrară. Acestei ordonate îi corespunde un moment de inerție  $I_x$ , evaluat, la scala diagramei, din punctul  $O_1$ , unde este reperat momentul de inerție al arborelui cotit (fig.I.11). Segmentul de dreaptă  $\Delta L_x$ , determinat de intersecția celor două tangente cu ordonata respectivă, poate fi exprimat ca:

$$\Delta L_x = (I_v + I_x) \cdot (tg\varphi_{max} - tg\varphi_{min}), \quad (I.22)$$

de unde se deduce:

$$I_v = \frac{\Delta L_x}{tg\varphi_{max} - tg\varphi_{min}} - I_x = \frac{\Delta L_x}{\delta \cdot \omega_m^2} - I_x. \quad (I.22)$$

Aceste calcule, necesare determinării momentului de inerție al volantului, pot fi realizate cu un grad avansat de precizie transformând metodele grafice prezentate în programe de calculator. Prezentarea sub formă grafică a metodei de calcul are avantajul de a ilustra însă, în mod sugestiv, principiul acestei metode, precum și bazele ei fizico-matematice.

### I.1.5. Determinarea gradului de neregularitate pentru o valoare dată a momentului de inerție al volantului

Dacă se dispune de un volant al cărui moment de inerție  $I_v$  este cunoscut și se dorește determinarea gradului de neregularitate ce se obține la un anumit regim de turație al motorului, se procedează în felul următor:

- se trasează diagrama  $L_s = f(I_{rt})$  și se reperează axa ordonatelor (W), pe baza valorilor cunoscute ale momentelor de inerție corespunzătoare volantului, arborelui cotit și maselor bielelor aferente manetoanelor (fig.I.12);

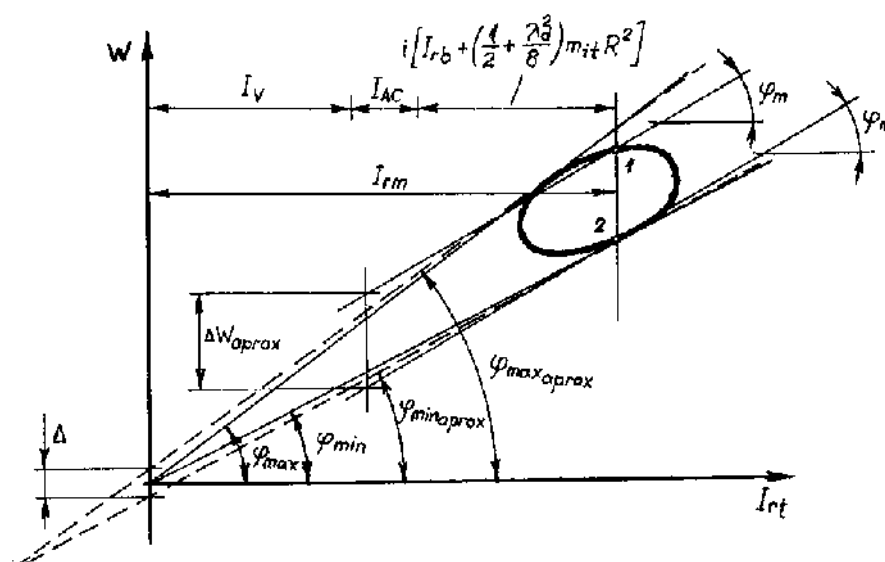


Fig.I.12

- b) se calculează cu relația (I.17) un unghi  $\varphi_m$ , corespunzător vitezei unghiulare medii a arborelui cotit:  $\varphi_m = \arctg(\omega_m^2 / 2)$ . Prin punctele 1 și 2 ale diagramei  $L_s = f(I_{r_{tr}})$ , corespunzătoare intersecțiilor cu ordonata trasată prin punctul care exprimă valoarea medie a momentului de inerție redus al pieselor cu mi care de translație, se trasează două drepte cu înclinarea  $\varphi_m$  față de orizontală. Aceste două drepte paralele sunt distanțate între ele, pe o direcție paralelă cu axa ordonatelor (energiilor), cu mărimea  $\Delta W_{aprox}$ , care reprezintă valoarea aproximativă a surplusului de energie ce trebuie înmagazinat de piesele în mi care ale motorului. O valoare aproximativă a gradului de neregularitate, calculat pe baza acestei energii, este:

$$\delta_{aprox} = \frac{\Delta W_{aprox}}{I_{rm} \cdot \omega_m^2}, \quad (I.23)$$

unde cu  $I_{rm}$  s-a notat valoarea medie a momentului de inerție redus al maselor în mi care ale motorului;

- c) cu valoarea aproximativă a gradului de neregularitate, calculată cu relația (I.23), se determină, cu expresiile (I.20) și (I.21), valorile aproximative  $\varphi_{max\,aprox}$  și  $\varphi_{min\,aprox}$  și se trasează tangentele respective la diagrama  $L_s = f(I_{r_{tr}})$ . Aceste tangente intersectează, pe axa  $W$ , un segment  $\Delta$ ;
- d) din mijlocul segmentului  $\Delta$ , se duc tangentele la curba  $L_s = f(I_{r_{tr}})$ , determinându-se unghiurile  $\varphi_{max}$  și  $\varphi_{min}$ . Se verifică dacă este îndeplinită condiția

$$\frac{\sqrt{tg\varphi_{max}} + \sqrt{tg\varphi_{min}}}{2} = \sqrt{tg\varphi_m} = \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_m. \quad (I.24)$$

În cazul în care această condiție nu este îndeplinită, se modifică în mod corespunzător poziția originii  $O$ , în segmentul  $\Delta$ , până când condiția (I.24) este îndeplinită cu o precizie satisfăcătoare. În această situație, gradul de neregularitate se poate calcula cu relația (I.18).

### I.1.6. Probleme speciale legate de uniformitatea mișcării de rotație a arborilor cotiți

În general, gradul de uniformitate al mișcării de rotație a arborelui cotit

$$\delta' = \frac{1}{\delta} \quad (I.25)$$

crește odată cu creșterea numărului de cilindri ai motorului. Ca urmare, pe măsură ce crește numărul de cilindri, scade valoarea momentului de inerție al volantului, necesar pentru obținerea aceluiași grad de uniformitate.

Gradul de uniformitate depinde însă, pentru același tip de motor, de turaie de funcționare a acestuia. Într-adevăr, anumite configurații ale curbei  $L_s = f(I_{r_{tr}})$  determină închiderea ei într-un unghi minim, la o anumită energie cinetică a sistemului, deci la o anumită turaie de funcționare a motorului (fig.I.13). Această situație explică existența unui maxim al gradului de uniformitate, pentru o anumită turaie de funcționare a motorului. În figura I.14 este reprezentată variația în funcție de turaie a gradului de uniformitate pentru o serie de m.a.s-uri.

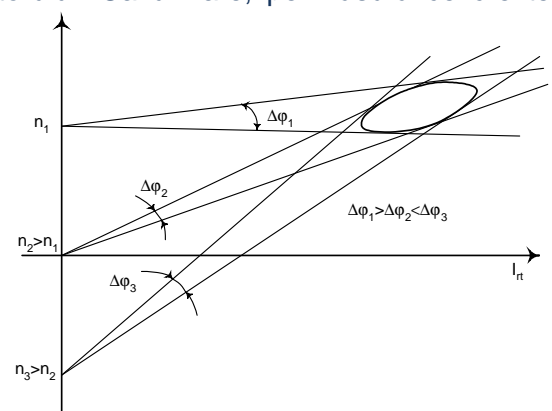


Fig.I.13

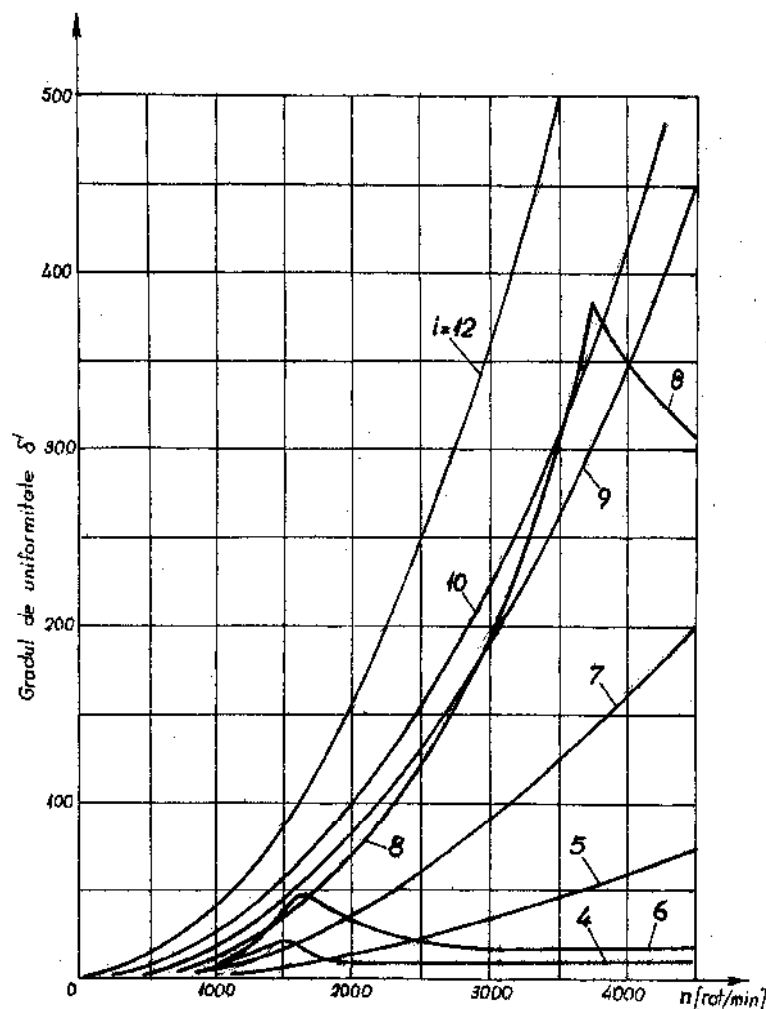


Fig.I.14

Se constată că, pentru motoarele cu 4, 6 și 8 cilindri, gradul de uniformitate al mișcării de rotație al arborelui cotit prezintă un maximum care este cu atât mai mare și mai deplasat către turații ridicate, cu cât numărul de cilindri este mai mare. Pentru celelalte motoare (cu 5, 7, 9, 10 și 12 cilindri), gradul de uniformitate crește continuu cu turația. Această comportare este justificată de alura curbelor  $L_s = f(I_{tr})$ , corespunzătoare motoarelor respective (fig.I.8 și I.9).

Gradul de uniformitate este influențat și de raportul de comprimare, înregistrând, de regulă, o creștere, odată cu mărirea acestui raport.