

ESCUELA:
CENTRO AMERICANO DE ESTUDIOS SUPERIORES

MATERIA:
LENGUAJE AUTOMATAS

ALUMNO:
EDGAR JAVIER GONZALEZ LANDERO

PROFESOR:
DARIO DE LOS A. LARA CASTILLO

TEMA:
INTRODUCCION A LOS AUTOMATAS Y
LENGUAJES FORMALES

GRADO:
5TO CUATRIMESTRE

GRUPO:
ING. EN SISTEMAS
COMPUTACIONALES

FECHA:
16/01/15

1.1 INTRODUCCION A LOS AUTOMATAS Y LENGUAJES FORMALES

Es una rama de las ciencias de la computación que estudia las máquinas abstractas y los problemas que éstas son capaces de resolver. La teoría de autómatas está estrechamente relacionada con la teoría del lenguaje formal ya que los autómatas son clasificados a menudo por la clase de lenguajes formales que son capaces de reconocer.

Un autómata es un modelo matemático para una máquina de estado finito (FSM sus siglas en inglés). Una FSM es una máquina que, dada una entrada de símbolos, "salta" a través de una serie de estados de acuerdo a una función de transición (que puede ser expresada como una tabla). En la variedad común "Mealy" de FSMs, esta función de transición dice al autómata a qué estado cambiar dados un determinado estado y símbolo.

La entrada es leída símbolo por símbolo, hasta que es "consumida" completamente (piense en ésta como una cinta con una palabra escrita en ella, que es leída por una cabeza lectora del autómata; la cabeza se mueve a lo largo de la cinta, leyendo un símbolo a la vez) una vez la entrada se ha agotado, el autómata se detiene.

Dependiendo del estado en el que el autómata finaliza se dice que este ha aceptado o rechazado la entrada. Si éste termina en el estado "acepta", el autómata acepta la palabra. Si lo hace en el estado "rechaza", el autómata rechazó la palabra, el conjunto de todas las palabras aceptadas por el autómata constituyen el lenguaje aceptado por el mismo.

1.1.1 LOGICA ELEMENTAL

La semiótica estudia los lenguajes como sistemas de signos. Estos sistemas están constituidos por un conjunto de elementos relacionados entre sí. Los elementos son los términos del lenguaje y las relaciones son las conexiones diversas de los signos consigo mismos, con sus significados y con los usuarios que se sirven de ellos para comunicarse. El filósofo Charles Morris, teniendo en cuenta lo expuesto, definió a la semiótica como una ciencia general de los signos y la dividió en tres ramas: la sintaxis, la semántica y la pragmática. La primera estudia la relación entre los signos, la segunda la relación entre los signos y los objetos a los que se aplican y la tercera la relación entre signos y usuarios. Cada una de estas disciplinas tiene un campo específico de estudio.

La sintaxis se ocupa de los signos sin tener en cuenta sus significados pero sí las relaciones entre ellos. La lógica formal es una sintaxis que responde a reglas precisas. Estas son de dos tipos: las de formación y las de transformación o sustitución. Las primeras nos dicen de qué modo se deben relacionar los signos de un determinado lenguaje lógico y las segundas nos indican la manera de sustituir unos signos por otros en lugares previamente determinados de una estructura sintáctica cualquiera. Un ejemplo del primer tipo de regla puede ser la forma en que ordenamos los sumandos de una suma. Estos deben colocarse horizontalmente uno después del otro intercalando entre los mismos el signo convencional que indica la operación en cuestión: $a + b + c = d$. Un ejemplo del segundo tipo de reglas es el que nos indica de qué modo podemos sustituir una letra (variable) por otra respetando la misma estructura. Si $a = z + y$; $b = z$; $c = y$, se sustituirá "a" por su equivalente allí donde aparezca y lo mismo sucederá con "b" y "c". De este modo $a + b + c = d$ se expresará una vez efectuadas las sustituciones correspondientes: $(z + y) + z + y = d$.

La semántica tiene en cuenta los significados de los signos. A la lógica le interesan dichos significados considerados en su extensión, es decir, teniendo en cuenta el tipo y la cantidad de individuos a los que puede aplicarse un signo cualquiera. Las reglas de la semántica que indican cómo se debe aplicar un signo a su referente o contenido significativo se denominan reglas de asignación. Si el

contenido de un signo es un valor numérico la regla indica a que signo se le dará dicho valor. En el ejemplo de la suma si $a=4$; $b=1$ y $c=7$, entonces $a + b + c = d$ se indicará una vez sustituidas las variables por sus valores respectivos: $4+1+7= 12$, siendo el resultado numérico el valor correspondiente a “d”.

Los contenidos o significado de los signos son múltiples y variados. Al sólo efecto de clasificar de un modo escueto los signos según el contenido o significado que les asignemos, vamos a considerar solamente dos tipos de signos: denominados "términos de propiedad" y "términos de individuo". Los primeros son los que se aplican a conjuntos de objetos ordenados según alguna propiedad en común. Por ejemplo, los objetos cuya propiedad es tener cuatro patas se pueden agrupar en el conjunto de los cuadrúpedos. O sea que cuando se aplica "cuadrúpedo" lo que hacemos es aplicarlo al conjunto de objetos que nombra. Lo mismo pasa con otras palabras. Así la palabra "mesa" es el nombre del conjunto de objetos cuya propiedad es "ser mesa". Los términos de propiedad pueden hacer referencia a cualquier propiedad, de modo que las palabras que nombran propiedades nombran conjuntos de objetos caracterizados por dicha propiedad. Las relaciones son propiedades. Los parentescos son ejemplos de ellas. "Ser padre de" expresa una relación entre por lo menos dos sujetos.

1.1.1 VALORES DE VERDAD

un valor de verdad es un valor que indica en qué medida una declaración es verdad.

Por ejemplo, el valor de verdad de la proposición «llueve y no llueve» es una contradicción y siempre será falsa, con independencia del valor que consideremos V o F de “llueve” (p) y de “no llueve” ($\neg p$). La función de verdad “no” se define mediante una tabla de verdad. Algebraicamente, el conjunto {verdadero, falso}, o función lógica, forma un álgebra booleana simple (subdirectamente irreducible). Otras álgebras booleanas se pueden utilizar como conjuntos de valores de verdad en lógicas multi-valuadas, mientras que la lógica intuicionista generaliza las álgebras booleanas a álgebras de Heyting.

En la teoría de los topos, el clasificador de subobjetos de los topos toma el lugar del conjunto de valores de verdad.

1.2.4 CONJUNTOS FINITOS E INFINITO

En teoría de conjuntos, un conjunto infinito es un conjunto que no es finito. Algunos ejemplos son:

- Los números enteros $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ forman un conjunto infinito y numerable.
- Los puntos en una recta, representados por un número real, forman un conjunto infinito y no numerable

Un conjunto finito A es aquel que tiene un número finito de elementos, o de otro modo, que puede ponerse en correspondencia biunívoca con un conjunto del tipo $\{1, 2, 3, \dots, n\}$, donde n es un número natural. Esto significa que podemos emparejar los elementos de A y los de $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ sin que sobre ninguno. Si un conjunto no verifica esto entonces es infinito:

Un conjunto infinito es un conjunto que no puede ponerse en correspondencia biunívoca con ningún conjunto $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ para ningún número natural n .

Los conjuntos infinitos poseen las siguientes propiedades:

- La unión de dos conjuntos es infinita siempre que al menos uno de ellos sea infinito.
- Cualquier conjunto que contenga un conjunto infinito es infinito a su vez.
- El conjunto potencia de un conjunto infinito es infinito a su vez.

Aunque ningún número natural se corresponde con el número de elementos de un conjunto infinito, se pueden «contar» la cantidad de dichos elementos usando números transfinitos. Puede entenderse entonces que los conjuntos infinitos «más pequeños» son los conjuntos numerables, como el conjunto de los números naturales

1.2.1 OPERACIONES CON CONJUNTO

Decimos que dos conjuntos A y B son iguales si poseen exactamente los mismos elementos, y en este caso escribimos $A = B$.

Por ejemplo $\{x \in \mathbb{R}/x^2 = 1\}$ es igual a $\{x \in \mathbb{R}/x^4 = 1\}$, e igual a $\{-1, 1\}$ aunque aparezcan expresados en diferentes formas.

Igualmente la repetición formal de elementos iguales no quiere decir que sean conjuntos distintos (a menos que expresamente indiquemos lo contrario). Si consideramos el conjunto formado por las letras que componen la palabra

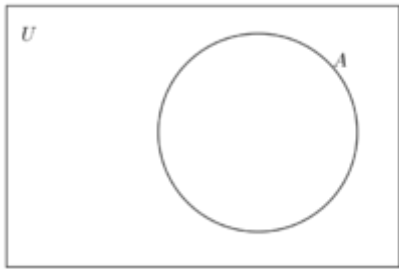
"operador", este sería $\{o, p, e, r, a, d, o, r\}$, que es el mismo conjunto que $\{o, e, p, r, a, d, \}$. Observemos por tanto que con la definición dada de igualdad de conjuntos, no importa ni el orden de aparición de los elementos ni la repetición de estos

Diagrama de venn

Los **Diagramas de Venn** son ilustraciones usadas en la teoría de conjuntos cuyo fin es mostrar gráficamente la relación matemática o lógica que hay entre diferentes grupos de cosas (conjuntos).

En un Diagrama de Venn, el conjunto universo se representa por un rectángulo, y los conjuntos en su interior se representan por círculos.

Una representación genérica de lo que es un Diagrama de Venn se presenta en la siguiente figura, donde se representa un conjunto universo U , y dentro de éste un conjunto A .



Unión de Conjuntos

Sean A y B dos conjuntos. Se define la unión de A con B , denotada por $A \cup B$ (que se lee A unión B), por el conjunto

$$A \cup B = \{x: x \in A \vee x \in B\}$$

En un Diagrama de Venn, la unión de dos conjuntos A y B , dependiendo de cómo se relacionan entre ellos, se ve como sigue:

Unión de conjuntos

En términos prácticos, la unión de dos conjuntos es el conjunto formado por los elementos de ambos conjuntos.

Ejemplo[editar]

Si tenemos los conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, la unión de ellos es el conjunto

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Propiedades de la unión de conjuntos[editar]

La unión de conjuntos cumple las siguientes propiedades

$$A \cup A = A$$

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$A \cup \emptyset = A$$

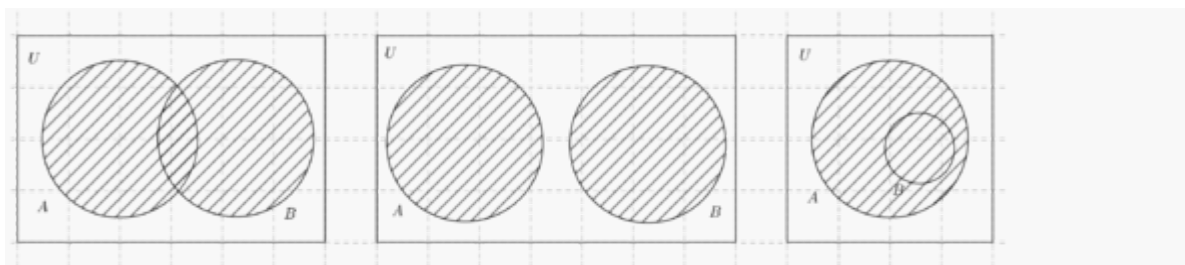
Si $A \subseteq B \rightarrow A \cup B = B$ Operaciones entre Conjuntos

Unión de Conjuntos

Sean A y B dos conjuntos. Se define la unión de A con B , denotada por $A \cup B$ (que se lee **A unión B**), por el conjunto

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$$

En un Diagrama de Venn, la unión de dos conjuntos A y B , dependiendo de cómo se relacionan entre ellos, se ve como sigue:



Unión de conjuntos

En términos prácticos, la unión de dos conjuntos es el conjunto formado por los elementos de ambos conjuntos.

Si tenemos los conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, la unión de ellos es el conjunto

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

1.2 ALFABETO

Vocabulario

Conjunto finito de símbolos. Un alfabeto se indica normalmente con Σ , que es el [conjunto](#) de letras en un alfabeto

Los conceptos básicos de *símbolos*, *palabras*, *alfabetos* y *strings* son comunes en la mayoría de las descripciones de los autómatas. Estos son:

Símbolo

Un dato arbitrario que tiene algún significado a o efecto en la máquina. A estos símbolos también se les llama "letras" o "átomos".¹

Palabra

Una **cadena** finita formada por la **concatenación** de un número de símbolos.

1.4.1 PROPIEDADES DE LAS STRING

Teoría de cuerdas

La teoría de cuerdas es un modelo fundamental de física teórica que básicamente asume que las materiales aparentemente puntuales son en realidad "estados vibracionales" de un objeto extendido más básico llamado "cuerda" o "filamento".

De acuerdo con esta propuesta, un electrón no es un "punto" sin estructura interna y de dimensión cero, sino un amasijo de cuerdas minúsculas que vibran en un espacio-tiempo de más de cuatro dimensiones. Un punto no puede hacer nada más que moverse en un espacio tridimensional. De acuerdo con esta teoría, a nivel "microscópico" se percibiría que el electrón no es en realidad un punto, sino una *cuerda en forma de lazo*. Una cuerda puede hacer algo además de moverse; puede oscilar de diferentes maneras. Si oscila de cierta manera, entonces, *macroscópicamente* veríamos un electrón; pero si oscila de otra manera, entonces veríamos un fotón, o un quark, o cualquier otra partícula del modelo estándar. Esta teoría, ampliada con otras como la de las supercuerdas o la Teoría M, pretende alejarse de la concepción del punto-partícula.

La siguiente formulación de una teoría de cuerdas se debe a Jöel Scherk y John Henry Schwarz, que en 1974 publicaron un artículo en el que mostraban que una teoría basada en objetos unidimensionales o "cuerdas" en lugar de partículas puntuales podía describir la fuerza gravitatoria. Aunque estas ideas no recibieron en ese momento mucha atención hasta la Primera revolución de supercuerdas de 1984. De acuerdo con la formulación de la teoría de cuerdas surgida de esta revolución, las teorías de cuerdas pueden considerarse de hecho

un caso general de teoría de Kaluza-Klein cuantizada. Las ideas fundamentales son dos:

- Los objetos básicos de la teoría no serían partículas puntuales sino objetos unidimensionales extendidos (en las cinco teorías de cuerdas convencionales estos objetos eran unidimensionales o "cuerdas"; actualmente en la teoría-M se admiten también de dimensión superior o "p-branas"). Esto renormaliza algunos infinitos de los cálculos perturbativos.
- El espacio-tiempo en el que se mueven las cuerdas y p-branas de la teoría no sería el espacio-tiempo ordinario de 4 dimensiones sino un espacio de tipo Kaluza-Klein, en el que a las cuatro dimensiones convencionales se añaden 6 dimensiones compactificadas en forma de variedad de Calabi-Yau. Por tanto convencionalmente en la teoría de cuerdas existe 1 dimensión temporal, 3 dimensiones espaciales ordinarias y 7 dimensiones compactificadas e inobservables en la práctica.

Cadena de caracteres

En programación, una cadena de caracteres, palabras, ristra de caracteres o frase (*string* en inglés) es una secuencia ordenada de longitud arbitraria (aunque finita) de elementos que pertenecen a un cierto lenguaje formal o alfabeto análogas a una fórmula o a una oración. En general, una cadena de caracteres es una sucesión de caracteres (letras, números u otros signos o símbolos).

Desde un punto de vista de la programación, si no se ponen restricciones al alfabeto, una cadena podrá estar formada por cualquier combinación finita de todo el juego de caracteres disponibles (las letras de la 'a' a la 'z' y de la 'A' a la 'Z', los números del '0' al '9', el espacio en blanco ' ', símbolos diversos '!', '@', '%', etc). En este mismo ámbito (el de la programación), se utilizan normalmente como un tipo de dato predefinido, para palabras, frases o cualquier otra sucesión de caracteres. En este caso, se almacenan en un vector de datos, o matriz de datos de una sola fila (*array* en inglés). Las cadenas se pueden almacenar físicamente:

1.4.2 OPERACIONES CON CADENAS

Ahora describiremos algunas de las características de las cadenas y operaciones básicas que se pueden realizar con ellas.

Si w_1 y w_2 son cadenas, la *concatenación* de éstas dos cadenas resulta en la cadena que se obtiene al agregar la segunda al final de la primera, es decir, si

tenemos $w_1 = mesa$ y $w_2 = banco$, la concatenación de estas dos cadenas

es $mesabanco$ y se denota $w_1 \cdot w_2$ o $w_1 w_2$, por lo que podemos observar que $|w_1 + w_2| = |w_1| + |w_2|$. La concatenación de cualquier cadena w_1 con la

cadena vacía ϵ deja intacta a la cadena w_1 . La igualdad entre cadenas se denota con el signo '=' y se da cuando dos o más cadenas tienen exactamente los mismos símbolos en la misma posición y tienen la misma longitud.

Ejemplo: Si $w_1 = luz$ y $w_2 = luz$, entonces $w_1 = w_2$.

La *potencia* de una cadena sobre un alfabeto quiere decir que tomamos toda la cadena como una unidad atómica, es decir, si $w = abc$,

entonces $w^2 = ww, w^3 = www$ y así sucesivamente. Lo anterior lo podemos simplificar con la siguiente definición.

$$w^n = \begin{cases} \epsilon, & \text{si } n = 0 \\ ww^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

Por lo tanto si $w = ab$ sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, tenemos que

$$\begin{aligned} w^0 &= \epsilon \\ w^1 &= ab \\ w^2 &= abab \\ w^3 &= ababab, \end{aligned}$$

y podemos continuar hasta la i -ésima *potencia* de w , que denotaremos como w^i . Ahora trataremos con el *sufijo* y el *prefijo* de una cadena, si tenemos una

cadena $w = xy$, donde x y y también son cadenas, entonces x es el *prefijo* de w

y y es el *sufijo*, hay que recordar que la cadena vacía puede ser el prefijo de

cualquier cadena, además, si tenemos que $c = xy$, donde x es el prefijo de c

y $y = \epsilon$, entonces resulta que $x = c$, lo cual indica que toda cadena es prefijo de sí misma.

Una cadena c es una *subcadena* o *subpalabra* de otra cadena w , si existen cadenas x y y para las cuales $w = xcy$. La *inversa* o *transpuesta* de una cadena w se denota como w^I y quiere decir que, si se tiene $w = taza$, entonces $w^I = azat$. Más generalmente podemos decir que

$$w^I = \begin{cases} w, & \text{si } w = \varepsilon \\ y^I a, & \text{si } w = ay \text{ por lo tanto } a \in \Sigma \text{ y } y \in \Sigma^* \end{cases}$$

Para ver como funciona la definición anterior utilizaremos un ejemplo, si se tiene $w = tabla$, al aplicar la definición, se logra lo siguiente:

$$\begin{aligned} w^I &= (tabla)^I = (ablaa)^I t \\ &= (ba)^I at \\ &= (la)^I bat \\ &= (a)^I lbat \\ &= (\varepsilon)^I albat \\ &= \varepsilon albat \\ &= albat \end{aligned}$$

La inversa de una cadena tiene ciertas características, con la concatenación de cadenas, por ejemplo, si se tienen cadenas ab y cd que al concatenarse forman $abcd$, sabemos

que $(abcd)^I = dcba$ y $dcba = (cd)^I (ab)^I$. Por lo tanto, si $x = gh$ entonces $x^I = h^I g^I$.

La inversa se anula a si misma, es decir, si a una cadena w se le aplica la inversa dos veces seguidas, el resultado será w , como si no se

hubiera aplicado ni una vez. Más generalmente, $(w^I)^I = w$.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} ((abcd)^I)^I &= (dcba)^I \\ &= abcd \end{aligned}$$

CONCATENACIÓN DE CADENAS

Sean A y B dos cadenas cualesquiera, se denomina concatenación de A y B a una nueva cadena AB constituida por los símbolos de la cadena A seguidos por los de la cadena B.

El elemento neutro de la concatenación es I:

$$A I = IA = A$$

UNIVERSO DEL DISCURSO

El conjunto de todas las cadenas que se pueden formar con los símbolos de un alfabeto, se denomina *universo del discurso* V y se representa por $W(V)$.

Evidentemente $W(V)$ es un conjunto infinito. La cadena vacía pertenece a $W(V)$. Ejm:

Sea un alfabeto con una sola letra $V=\{a\}$, entonces **el universo del discurso** es:

$W(V) = \{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa, \dots\}$

que contiene infinitas cadenas.

1.5 VOCABULARIO O LENGUAJE

Conjunto de sonidos articulados con que el hombre manifiesta lo que piensa o siente. Sistema de comunicación verbal. Manera de expresarse. Conjunto de señales que dan a entender algo. El lenguaje de los ojos, el de las flores. En Informática Conjunto de signos y reglas que permite la comunicación con un ordenador. Microsoft® Encarta® 2007. © 1993-2006 Microsoft Corporation.

Reservados todos los derechos.

Podemos expresarlo de manera más sencilla como un conjunto de palabras ó cadenas de símbolos (palabras, oraciones, textos o frases) de un determinado alfabeto.

LENGUAJE VACÍO

Existe un lenguaje denominado *lenguaje vacío*, que es un conjunto vacío y que se denota por $\{\emptyset\}$. El lenguaje vacío no debe confundirse con un lenguaje que contenga una sola cadena, y que ésta sea la cadena vacía, es decir $\{\epsilon\}$, ya que el número de elementos (cardinalidad) de estos dos conjuntos es diferente.

Cardinal $(\{\emptyset\}) = 0$

Cardinal $(\{\epsilon\}) = 1$

1.5.1 LENGUAJE NORMAL

Se denomina lenguaje a un conjunto de palabras de un determinado alfabeto.

También un lenguaje es un conjunto de cadenas de símbolos (palabras, oraciones, textos o frases).

Un lenguaje está compuesto por **Sintaxis**: (gramática), que define las secuencias de símbolos que forman cadenas válidas de un lenguaje. Y por **Semántica**, que es el significado de las cadenas que componen un lenguaje.

Ejemplo 1:

Sintaxis: A

Semántica: es un número natural.

Diferente sintaxis en diferentes lenguajes:

A: natural

A: es un número que pertenece al conjunto de $N=\{1,2,3..N\}$ Sintaxis:

if $a=b$ then write(a, " es igual a ", b)

else write(a, " es distinto a ", b)

Semántica:

Si se cumple la condición entonces se muestra un mensaje que ambos números son iguales.

Caso contrario, se escribe los número son distintos.

DEFINICIÓN FORMAL DE GRAMÁTICA

Una gramática es una cuádrupla:

$$G = (VT, VN, S, P)$$

donde:

$VT = \{\text{conjunto finito de símbolos terminales}\}$

$VN = \{\text{conjunto finito de símbolos no terminales}\}$

S es el *símbolo inicial* y pertenece a VN

$P = \{\text{conjunto de producciones o de reglas de derivación}\}$

Todas las cadenas del lenguaje definidas por la gramática están formadas con símbolos del *vocabulario terminal* VT. El vocabulario terminal se define por enumeración de los símbolos terminales.

El *vocabulario no terminal* VN es el conjunto de símbolos introducidos como elementos auxiliares para la definición de la gramática, y que no figuran en las sentencias del lenguaje.

La intersección entre el vocabulario terminal y no terminal es el conjunto vacío:

$$\{VN\} \cap \{VT\} = \{\emptyset\}$$

La unión entre el vocabulario terminal y no terminal es el *vocabulario*.

$$\{VN\} \cup \{VT\} = \{V\}$$

En ocasiones es importante distinguir si un determinado vocabulario incluye o no la cadena vacía, indicándose respectivamente con superíndice + o superíndice *, tal como se muestra a continuación:

$$V^+ = V - \{\epsilon\}$$

$$V^* = V + \{\epsilon\}$$

El *símbolo inicial* S es un símbolo no terminal a partir del cual se aplican las reglas de la gramática para obtener las distintas cadenas del lenguaje.

Las *producciones* P son las reglas que se aplican desde el símbolo inicial para obtener las cadenas del lenguaje. El conjunto de producciones P se define por medio de la enumeración de las distintas producciones, en forma de reglas o por medio de un metalenguaje.

Ej 1: Sea la gramática: $G=(VT, VN, S, P)$ donde $VT=\{a,b\}$, $VN=\{S\}$ y el conjunto de producciones es:

$S \rightarrow ab$

$S \rightarrow aSb$

Las cadenas de esta gramática están dadas por: ab, aabb, aaabbb, aa...anbb....bn

Ej 2. Sea la gramática: $G=(\{a,b,c,d\}, \{S,A,B\}, S, P)$ donde P son las producciones:

$S \rightarrow ASB$

$A \rightarrow b$

$aaA \rightarrow aaBB$

$S \rightarrow d$

$A \rightarrow aA$

$B \rightarrow dcd$

Las cadenas de esta gramática son: bddcd, abddcd, aabddcd, bbaddcddcd....

Ej 3: Sea la gramática: $G=(VN, VT, S, P)$ donde:

$VN=\{\langle \text{número} \rangle, \langle \text{dígito} \rangle\}$

$VT=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$S= \langle \text{número} \rangle$

1.5.2 OPERACIONES CON LENGUAJE

Unión, concatenación y potenciación

Sean L_1 y L_2 dos lenguajes regulares.

Unión:

$L=L_1 \cup L_2$ es regular, porque podemos construir una expresión regular para L , teniendo las expresiones regulares para L_1 y L_2 , más preciso: con $L_1=L(\alpha)$ y $L_2=L(\beta)$ tenemos $L=L(\alpha+\beta)$

Concatenación:

$L=L_1.L_2$ es regular, porque podemos construir una expresión regular para L , teniendo las expresiones regulares para L_1 y L_2 , más preciso: con $L_1=L(\alpha)$ y $L_2=L(\beta)$ tenemos $L=L(\alpha\beta)$

Clausura:

$L=L_1^*$ es regular, porque podemos construir una expresión regular para L , teniendo la expresión regular para L_1 , más preciso: con $L_1=L(\alpha)$ tenemos $L=L(\alpha^*)$

Complemento:

$\overline{L_1} = \Sigma^* - L_1$ es regular, porque podemos construir, dado un AFD completo M_1 que acepta L_1 , un AFD M que acepta L simplemente 'inviertiendo' sus estados finales, es decir, los estados no finales

de M_1 serán los estados finales de M y los finales se convierten en los no finales, entonces, si $M_1 = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ construimos $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, Q - F)$.

Intersección:

$L = L_1 \cap L_2$ es regular, porque con las reglas de DeMorgan obtenemos $L = L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$. Complemento y unión producen lenguajes regulares, como visto antes. Dicha construcción es bastante laboriosa, abajo vemos una construcción directa y simple.

Diferencia:

$L = L_1 - L_2$ es regular, porque se puede expresar la diferencia como $L = L_1 - L_2 = L_1 \cap \overline{L_2} = L_1 \cap (\Sigma^* - L_2)$ y las operaciones usadas mantienen la regularidad.

1.6 REPRESENTACION FINITO DEL LENGUAJE

Un autómata finito determinístico es una quinta tupla (Q, S, d, q_0, F) donde:

Q es un conjunto finito de estados.

S un alfabeto de entrada finito.

q_0 elemento de Q , el estado inicial.

$F \subseteq Q$ el conjunto de estados finales o de aceptación.

d es la función $d : Q \times S \rightarrow Q$ que determina el único estado siguiente para el par (q_1, s) correspondiente al estado actual q_1 y la entrada s .

Generalmente el término autómata finito determinístico se abrevia como DFA de sus siglas en inglés Deterministic Finite Automaton. Usaremos $M = (Q, S, q_0, F, d)$ para indicar el conjunto de estados, el alfabeto, el estado inicial, el conjunto de estados finales y la función asociadas con el DFA M .

Se puede construir un diagrama para que ayude a determinar los distintos miembros o cadenas del lenguaje. Tal diagrama tiene la forma de un grafo dirigido con información añadida, y se llama diagrama de transición. Los nodos del grafo corresponden a los estados del DFA y se usan para señalar, en ese momento, hasta qué lugar se analizó la cadena. Por lo general q_0 es el estado inicial, marcando con una flecha (\rightarrow), el comienzo del autómata; algunos estados están designados como final o aceptación indicados por un doble círculo. Los símbolos del alfabeto son las etiquetas de los arcos del grafo. Si cuando ha sido tratada la cadena en su totalidad se termina en un estado de aceptación entonces la cadena es aceptada por el lenguaje. Si M es un AFD, entonces el lenguaje aceptado por M es $L(M) = \{w \in S^* \mid w \text{ es aceptada por } M\}$. Por tanto, $L(M)$ es el conjunto de cadenas que hacen que M pase de su estado inicial a un estado de aceptación.

Ejemplo: El lenguaje que acepta el DFA esta formado por todas las cadenas sobre el alfabeto $S = \{a, b\}$, siempre y cuando terminen con a.

δ	a	b
q ₀	q ₁	q ₀
q ₁	q ₁	q ₀

$Q = \{q_0, q_1\}$, $S = \{a, b\}$, $q_0 = q_0$, $F = \{q_1\}$ y d se define mediante la tabla de la figura 2.1.

Se puede utilizar también la siguiente lista para definir la función d

$(q_0, a) = q_1$ $(q_0, b) = q_0$

$(q_1, a) = q_1$ $(q_1, b) = q_0$

El diagrama de transición se muestra en la figura 2.2.

Para ver el gráfico seleccione la opción "Descargar" del menú superior

Consideremos otro ejemplo. El DFA $M = \{Q, S, q_0, F, d\}$ acepta el lenguaje $L(M) = \{w \in \{a, b\}^* \text{ que no contiene tres b's consecutivas} \}$ y esta representada por:

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

$S = \{a, b\}$

$q_0 = q_0$

$F = \{q_0, q_1, q_2\}$

δ	a	b
q ₀	q ₀	q ₁
q ₁	q ₀	q ₂
q ₂	q ₀	q ₃
q ₃	q ₃	q ₃

Bibliografía

- Alfonseca, M., J. Sancho, M. A. Orga, *Teoría de Lenguajes, Gramáticas y Autómatas*, Promosoft, 1997.
- Cueva L., Juan Manuel, *Lenguajes Gramáticas y Autómatas*, Segunda Edición, 2001, Universidad de Oviedo.
- Díaz Víctor, Cañete José Miguel, *Lenguajes Formales y autómatas*, Universidad de Sevilla, 2006
- Ferreiro, Emilia y Margarita Gómez Palacio (Comp.) *Nuevas perspectivas sobre los procesos de lectura y escritura*. Siglo XXI. Buenos Aires.
- H. Contreras, *Los fundamentos de la gramática transformacional*, México, siglo XXI, 1971.
- Hopcroft, J.E., R. Motwani, J. D. Ullman, *Introducción a la teoría de autómatas, lenguajes y computación (2ª Edición)*, Prentice-Hall, 2000.