

Distributions normales sur les calculatrices

Les calculatrices permettent de construire la **courbe de la fonction de densité** d'une loi normale de moyenne et écart type donnés.

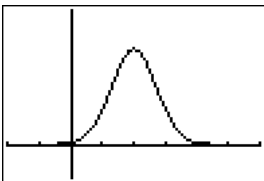
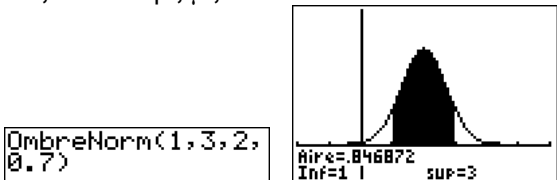

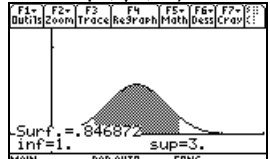
Le calcul des probabilités des événements de type « $X \leq b$ » ou « $a \leq X \leq b$ » est aussi réalisable de façon simple.

Les **fractiles** sont les valeurs obtenues par la réciproque de la fonction de répartition de la loi normale. Ce sont les nombres u_α du programme dans le cas de la loi normale centrée réduite. Ainsi pour retrouver la valeur 1,96 de la plage de normalité à 95%, il faut demander le fractile de 0,975 pour obtenir une valeur u_α telle que $P(X < u_\alpha) = 97,5\%$. Ainsi par symétrie on aura l'intervalle centré en 0 et contenant 95% des valeurs.

Attention, une loi normale est référencée par sa moyenne et son écart type (et non sa variance)

Exemple : X suit la loi normale de moyenne 2 et d'écart type 0,7.

1. Représenter sa fonction de densité et calculer la probabilité de l'événement « $1 \leq X \leq 3$ ».
2. Déterminer l'intervalle centré en 2 dans lequel on trouve X avec une probabilité de 0,95.

Modèles TI 82 → 84+	Modèles TI 89
<p>1. Instructions Y= puis DISTR et sélectionner normalFdp(Renseigner ensuite : X, μ, σ</p> <pre>Graph1 Graph2 Graph3 Y1=normalFdp(X, 2,0.7)</pre> <p>Puis GRAPH avec éventuellement Zoom choix ZMinMax.</p>  <p>Calcul direct de la probabilité DISTR et sélectionner normalFRép(Renseigner ensuite : limite inf , limite sup , μ, σ.</p> <pre>normalFRép(1,3,2 ,.7) .8468724573</pre> <p>Pour visualiser le calcul de la probabilité cherchée, choisir DISTR puis DESSIN et OmbreNorm Renseigner alors : limite inf , limite sup , μ, σ.</p> <pre>OmbreNorm(1,3,2, 0.7)</pre>  <p>2. On calcule le fractile de 0,975. DISTR et sélectionner FracNormale(Renseigner ensuite : 0,975 , μ, σ</p> <pre>FracNormale(0.97 5,2,.7) 3.37197479</pre> <p>Réponse [0,62802; 3,37198]</p>	<p>1. Instructions Y= puis CATALOGUE page F3 Sélectionner normDdP(...TISat . Renseigner ensuite : X, μ, σ</p> <pre>GRAPH: Y1=tistat.normddp(x,2,.7) Y2=</pre> <p>Puis GRAPH avec éventuellement A :ZoomAuto</p>  <p>Calcul direct de la probabilité dans l'écran de calcul (HOME) CATALOGUE page F3 sélectionner normFdR(...TISat . Renseigner ensuite : limite inf , limite sup , μ, σ.</p> <pre>tistat.normfdr(1,3,2,.7) .846872457259 TISat.normFdR(1,3,2,.7)</pre> <p>Pour visualiser le calcul de la probabilité cherchée : CATALOGUE , page F3 sélectionner ombrNorm(...TISat . Compléter ensuite : limite inf , limite sup , μ, σ.</p> <pre>tistat.ombrnorm(1,3,2,.7) Fait</pre>  <p>2. On calcule le fractile de 0,975. CATALOGUE page F3 sélectionner invNorm(...TISat . Renseigner ensuite : 0,975 , μ, σ</p> <pre>tistat.invnorm(.975,2,.7) 3.37197479819 Stat.invNorm(0.975,2,.7)</pre> <p>Réponse [0,62802 ; 3,37198]</p>

Attention s'il manque une donnée, par défaut, la moyenne est 1 et l'écart type 0 : $\text{FracNormale}(0,975) \approx 1,96$
Pour obtenir $P(X < 2)$ on saisit $\text{normFRép}(-10^{99}, 2, 2, 0.7)$ (ou tout autre valeur inférieure à $\mu - 5$).

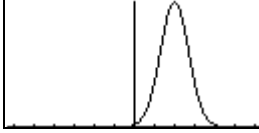
CASIO Graph 35 → 85

1. Dans le menu **GRAPH**, Instructions **Y=** puis **OPTN** se déplacer avec le choix F6 jusqu'à obtenir STAT puis DIST et enfin NORM

Sélectionner **npd**. Renseigner ensuite : x , σ , μ

Fonct. graph : Y=
Y1=NormPD(X,0.7,2)

Puis **DRAW** avec éventuellement Zoom AUTO



Calcul direct de la probabilité dans l'écran de calcul **OPTN** choix STAT puis DIST et enfin NORM sélectionner **Ncd**. Renseigner ensuite : limite inf, limite sup, σ , μ .

NormCD(1,3,.7,2)
0.846872549

Pour visualiser le calcul de la probabilité cherchée :

Retour à l'écran graphique et visualisation de l'intégrale.

G-Solv, déplacer avec F6 puis sélectionner $\int dx$ et saisir au clavier limite inf et limite sup



2. On calcule le fractile de 0,975. Dans l'écran de calcul **OPTN** choix STAT puis DIST et enfin NORM sélectionner **InvN**.

Renseigner ensuite : 0,975, σ , μ .

InvNormCD(0.975,0.7,2)
3.371974789

Réponse [0,60280 ; 3,37198]

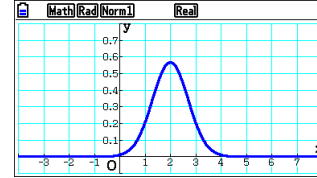
CASIO Fx-CG20

1. Instructions **Y=** puis **OPTN** se déplacer avec le choix F6 jusqu'à obtenir STAT puis DIST et enfin NORM

Sélectionner **npd**. Renseigner ensuite : x , σ , μ

Math Rad Norm Real
Fonct graph : Y=
Y1=NormPD(x,0.7,2)

Puis **DRAW** avec éventuellement Zoom AUTO



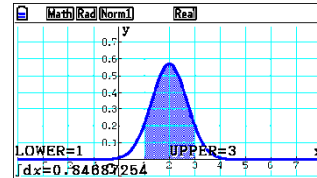
Calcul direct de la probabilité dans l'écran de calcul **OPTN** choix STAT puis DIST et enfin NORM sélectionner **Ncd**. Renseigner ensuite : limite inf, limite sup, σ , μ .

Math Rad Norm Real
NormCD(1,3,.7,2)
0.846872549

Pour visualiser le calcul de la probabilité cherchée :

Retour à l'écran graphique et visualisation de l'intégrale.

G-Solv puis $\int dx$ deux fois et saisir au clavier limite inf et limite sup



2. On calcule le fractile de 0,975. Dans l'écran de calcul **OPTN** choix STAT puis DIST et enfin NORM sélectionner **InvN**.

Renseigner ensuite : 0,975, σ , μ .

Math Rad Norm Real
InvNormCD(0.975,.7,2)
3.371974789

Réponse [0,60280 ; 3,37198]

Mettre en œuvre sur un exemple :

Sécurité d'un ascenseur.

1. On considère la variable aléatoire Z qui, à tout adulte, usager d'ascenseurs, choisi au hasard, associe son poids en kg. On suppose que Z suit la loi normale d'espérance mathématique 70 kg et d'écart type 15 kg.

a) Calculer, à 10^{-2} près, la probabilité pour qu'un adulte, usager d'ascenseurs, choisi au hasard,

- ◊ pèse moins de 90 kg.
- ◊ pèse entre 55 et 85 Kg
- ◊ pèse plus de 60kg

b) Compléter avec une calculatrice (et selon le modèle proposé) les phrases suivantes

- « 75% de la population pèse moins de kg »
- « 30% de la population pèse plus de kg »

2. Un ascenseur peut supporter 500 kg avant la surcharge. Les normes de sécurité spécifient que la probabilité de surcharge ne doit pas dépasser 0,0001.

On admet que le poids total de n usagers adultes d'ascenseurs, dont les poids sont indépendants, est une variable aléatoire S_n qui suit la loi normale d'espérance mathématique $70n$ et d'écart type $15\sqrt{n}$.

2. Calculer les probabilités de surcharge p_5 lorsqu'il y a 5 adultes dans l'ascenseur et p_6 lorsqu'il y a 6 adultes dans l'ascenseur. En déduire le nombre maximal de personnes autorisées à emprunter l'ascenseur.